

Az Avasi Gimnázium helyi tanterve

Matematika

A középfokú képzés során a matematika tanulása-tanítása tekintetében az egyik legfontosabb feladat a tanuló önálló, rendszerezett, logikus gondolkodásának kialakítása, fejlesztése. A 9. évfolyamtól kezdve a spirális felépítésnek megfelelően – a korábbi képzési szakaszok során megszerzett készségekre, képességekre és ismeretekre alapozva – egyre absztraktabb formában épül fel a matematika belső struktúrája (fogalmak definíciója, tételek, bizonyítások).

Az 1–4. és 5–8. évfolyamos képzés nevelési-oktatási szakaszait jellemző tanuláshoz és tanításhoz képest a 9–12. évfolyamokon fokozatosan hangsúlyosabbá válik a matematika deduktív jellege.

Jól megválasztott problémák tárgyalása során válik a tanulók számára is szükségessé az új fogalmak bevezetése és pontos definiálása. Tanári irányítással a tételek, általános összefüggések is felfedeztethetők a tanulókkal. Ezen folyamat során fejlődik a tanulók szintetizáló és modellalkotó képessége. A felfedezett tételek és összefüggések egy része bizonyítás nélkül is gyarapítja a matematikai eszköztárat. Néhány tétel bizonyítása azonban elengedhetetlen része a matematika tanításának, hiszen a bizonyításokon keresztül mutatható meg a matematika logikus és következetes felépítése. Az új fogalmak megalkotása, az összefüggések, stratégiák felfedezése és az ismereteknek feladatok, problémák megoldása során történő tudatos alkalmazása fejleszti a kombinatív készséget, a meglévő ismeretek mobilizálásának képességét, valamint a problémamegoldó gondolkodás eltérő típusainak adekvát használatát. Ennek a folyamatnak az eredményeképpen a tanuló meg tudja állapítani adott állítás, tétel érvényességi és alkalmazási körét, megállapításai, állításai mellett logikusan tud érvelni. A matematika tanulása-tanításának egyik fő célja, hogy fejlődjön a tanuló mérlegelő gondolkodása, az adatok elemzését, szintézisét és értékelését lehetővé tevő készségek és képességek rendszere. A matematikai játékok, logikai feladványok fejlesztik a stratégiaalkotást, az algoritmikus gondolkodást, a kreativitást és a gondolkodás rugalmasságát.

Ebben a nevelési-oktatási szakaszban az ismert számok köre az irracionális számokkal bővül, valamint új műveletek bevezetésére és már ismert műveletek alkalmazásának bővítésére kerül sor a permanenciaelv alapján.

A matematika a maga hagyományos és modern eszközeivel segítséget ad a természettudományok, az informatika, a technika és a humán tanulási területek ismeretanyagának tanulmányozásához, a mindennapi problémák, a természeti és a gazdasági folyamatok értelmezéséhez és kezeléséhez.

A tanuló a matematika szaknyelvét érti és tudatosan használja. Életkorának megfelelő matematikai, matematikatörténeti szöveget képes önállóan olvasni, értelmezni. Mind írásban, mind szóban képes gondolatait a matematika szaknyelvének szabatos alkalmazásával közölni. A tanuló különböző forrásokat (tankönyv, függvénytáblázat, saját jegyzet, digitális források) használhat az órákon és a számonkérések alkalmával, bizonyos tételek, azonosságok, képletek felidézésére.

A tanuló társaival közösen tervez és hajt végre kooperatív tevékenységeket, projekteket. A közös munkában érvel, képes a vitára, az érvei ütköztetésére. Mérlegeli és kontrollálja mind a társai, mind a saját véleményét.

Ebben az életkorban is érvényesülnie kell a tanuló érdeklődésének, adottságának, absztrakciós szintjének megfelelő differenciálásnak.

A tanuló digitális eszközöket, a tanulást, a szemléltetést, a tapasztalatszerzést és a felfedezést segítő szoftvereket, digitális információforrásokat használ, a matematika alkalmazását segítő számítógépes programokat ismer meg. Aktív résztvevője a tanulási-tanítási folyamatnak, ami lehetővé teszi azon kompetenciáinak és tervezési stratégiáinak a fejlődését, amelyek segítik a mai gyorsan változó világban való eligazodást és a különböző élethelyzetekben előforduló problémák megoldását.

A matematika tantárgy a Nemzeti alaptantervben rögzített kulcskompetenciákat az alábbi módon fejleszti:

A tanulás kompetenciái:

A matematika tanulása során elengedhetetlen a tananyag alapos és átfogó megértése. A szöveges feladatok megoldása fejleszti az értő olvasás és a releváns információk kiválasztásának készségét. Az általánosítás és az analógiák adekvát használata, több szempont egyidejű figyelembevétele, a rendszerezési képesség, a megszerzett tudás új helyzetekben való alkalmazása elősegítik az aktív, önirányított tanulás kompetenciáinak kialakítását, fenntartását, megerősítését. A matematika tantárgy a matematikai logika és az algoritmikus gondolkodás fejlesztésével, az ok-okozati összefüggések megláttatásával hozzájárul a többi tantárgy tanuláshoz szükséges rendszerező, összefüggéseket felismerő, ezáltal hatékony önálló tanulási módszerek elsajátításához és megfelelő alkalmazásához is.

A kommunikációs kompetenciák:

A matematika fejleszti a tanuló azon képességét, hogy világosan, röviden és pontosan fejezze ki gondolatait. A matematika tanulása során fokozatosan alakul ki a tanuló érvelési és vitakészsége. A szöveges problémák megoldása javítja a szöveg megértésének készségét: a tanulónak meg kell keresnie az információkat és fel kell ismernie egy adott információ jelentőségét a probléma megoldása során. A matematika tanulási folyamatában kialakul a különböző módon (szöveg, grafikon, táblázat, diagram és képlet) bemutatott tartalmak megértésének és alkotásának készségrendszere.

A digitális kompetenciák:

A matematika tanulása során hangsúlyos szerepet kap a problémamegoldás és az algoritmikus gondolkodás, melyek elősegítik a tanuló digitális kompetenciáinak fejlesztését. A különböző matematikai tárgyú szoftverek, alkalmazások, applikációk és játékok alkalmazásán keresztül a matematika tanulása hozzájárul a tanuló digitális kultúrájának kialakításához.

A matematikai, gondolkodási kompetenciák:

A matematika tanulása során a tanuló gondolkodásának fejlesztése elsősorban konkrét problémák megoldásán keresztül történik. A tanuló előzetes tudása és tapasztalata alapján azonosítja a problémákat, majd ismert matematikai fogalmakra támaszkodva stratégiát dolgoz ki ezek megoldására. Elfogadja, hogy a megoldás több különböző úton is elképzelhető, illetve találkozhat olyan nyitott problémákkal is, amelyeknek több megoldása is lehetséges. Kellő kitartással próbál ki különböző matematikai módszereket, és felismeri azokat a problémákat is, amelyeknek nincs megoldása. A tanuló mérlegelő gondolkodásának fejlesztése többek között a feladatok megoldása során kapott eredmények elemzésén és értékelésén keresztül történik. A tanuló megtanul induktív úton példákat általánosítani és deduktív érvelést használni a matematikai állítások bizonyítására.

A személyes és társas kapcsolati kompetenciák:

A matematika tanulása fejleszti a kitartás, a pontosság, a figyelem és a fegyelmezettség képességét. A matematika tanulásán keresztül erősödik a tanuló felelősségtudata, gazdagodik az önképe, fejlődik a

kooperációs készsége. A tanuló matematikai ismereteit alkalmazni tudja az egyéni célok eléréséhez szükséges tervezésben, az életét befolyásoló döntései megalapozásában és meghozatalában, a várható következmények mérlegelésében. A matematika tanulása elősegíti annak belátását, hogy a személyes erősségekre építeni, a hibákból pedig tanulni lehet.

A tanuló a matematikai foglalkozások során megtanulja, hogyan oszthatja meg ötleteit másokkal, és hogyan segítheti társait a matematikai fogalmak megértése vagy azok alkalmazása során. Felelősséget vállal a közösen kitűzött feladatok elvégzéséért, s megtanulja tisztelni mások álláspontját, gondolkodásmódját.

A kreativitás, a kreatív alkotás, önkifejezés és kulturális tudatosság kompetenciái: A matematika olyan tudomány, amely összeköti a különböző kultúrákat. A tanuló megismeri a gondolkodás logikai felépítésének eleganciáját, a matematikának a természethez, a művészetekhez és az épített környezethez fűződő viszonyát. A tanuló konkrét vagy képi reprezentációval vagy szimbolikus modellekkel végzi a matematikai gondolatok vagy kapcsolatok feltárását, majd új kapcsolatokat alakít ki a matematikai fogalmak között.

Munkavállalói, innovációs és vállalkozói kompetenciák: A kompetencia fejlesztése valódi adatok felhasználásával összeállított mindennapi problémák megoldásán keresztül történik. Ennek során a különböző megoldási lehetőségek keresése fejleszti a gondolkodás rugalmasságát és az új ötletek megalkotásának képességét. A tanuló megfelelő játékokon keresztül képessé válik a különböző kockázatok felmérésére, a számára kedvezőnek tűnő stratégia kidolgozására, és megtapasztalja döntései következményét. A matematikai projektekben való részvétel segíti a későbbi munkavállalás szempontjából fontos készségek kialakulását (kreativitás, problémamegoldás, kezdeményező-készség, másokkal való együttműködés készsége).

Matematika (9-12. évfolyam)

Négy- és öt évfolyamos gimnáziumi képzés

9-10. évfolyam

A 9–10. évfolyamon a korábbi képzési szakaszok során megszerzett ismeretekre és kialakított készségekre, képességekre alapozva – a spirális tananyagfelépítést szem előtt tartva – az egyes témakörök új ismeretei matematikai szempontból egyre pontosabb és elvontabb formában jelennek meg a tanulási-tanítási folyamat során. Egyre határozottabb a fogalmak pontos definiálásának, az állítások, tételek indoklásának, bizonyításának, valamint az általánosításnak az igénye. Erre a szakaszra fokozottan jellemző a korábbi és az új ismeretek egységes rendszerbe foglalása, az egyes témakörökön belüli rendszerezés.

Ebben a szakaszban is fontos cél, hogy az ismeretszerzési folyamat során a tanuló – a lehetőségekhez mérten – a tanár által irányított módon, feladatok megoldása mentén maga fedezze fel az összefüggéseket, általánosítási lehetőségeket, megoldási módokat. A kooperatív munkaformák, a csoportmunkában megoldandó projektfeladatok fejlesztik a matematikai kommunikációt. A digitális eszközök, dinamikus szoftverek, online felületek támogatják a szemléltetést, a megértést és a felfedeztetést.

A 9–10. évfolyamon megjelenő témakörök tartalmának egy része folytatása, kiterjesztése és kiegészítése a korábbi szakaszokban is megjelenő tananyagtartalmaknak. Ebben a szakaszban jelennek meg először a valós számok; elsőfokú egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek; másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek; a függvény fogalma, függvénytulajdonságok; a kör és részei. Vannak olyan témakörök, amelyek megjelennek más területek tanítása során is, ezért a tananyag egyes részeihez javasolt óraszámok nem feltétlenül jelentenek időben összefüggő egységet. Az algebrai eszközök és a függvényekkel kapcsolatos ismeretek bővülése lehetővé teszi a hétköznapi vagy matematikai nyelven megfogalmazott problémák és a megoldás során alkalmazott matematikai modellek körének bővülését.

9. évfolyam

Óraszám: 102 óra/év

3 óra/hét

Az éves óraszám felosztása

Sorszám	Témakör	Óraszám
1.	Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika	20 óra
2.	Algebra (hatványozás, algebrai kifejezések, arányosság, százalékszámítás)	25 óra
3.	Geometria (ponthalmazok, háromszögek)	12 óra
4.	Függvények	12 óra
5.	Egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenleterendszerek	19 óra
6.	Egybevágósági transzformációk	6 óra
	Összefoglalás, számonkérés	4 óra
	Év végi ismétlés	4 óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika	Órakeret 20 óra
Előzetes tudás	Csoportosítás különböző szempontok alapján. Halmazműveletek véges halmazokon. Halmazábra. Részhalmaz. Számhalmazok, ponthalmazok. Állítások megfogalmazása a hétköznapi életből. Matematikai állítások vizsgálata. Igaz és hamis állítások. Állítás tagadása.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A halmaz fogalmának mélyítése, alkalmazása problémamegoldásra, matematikai modellek alkotására. Több szempont alkalmazásával a megosztott figyelem fejlesztése. Definíciók, jelölések használata során az emlékezet fejlesztése. A köznapi életben használt logikai következtetések és a matematikai logikában használt kifejezések összevetése. A hétköznapi, nem tudományos szövegekben található matematikai információk felfedezése, rendszerezése a célnak megfelelően. Matematikai állítások helyes megfogalmazása, érvelés, vitakultúra fejlesztése.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Alaphalmaz, üres halmaz. Véges és végtelen halmazok. Halmaz megadása utasítással, elemek felsorolásával. Egyenlő halmazok. Részhalmaz, valódi részhalmaz. Halmazműveletek: unióképzés, metszetképzés, különbségképzés, komplementer halmaz. Halmazműveletek alkalmazása több halmazra, ezek ábrázolása. De Morgan azonosságok. Definíciók megfogalmazása, megértése. Halmazok felbontása diszjunkt halmazok uniójára. Véges halmazok elemszáma. Logikai szita. Műveletek végtelen halmazokkal: Intervallumok. A fogalom szemléletes kialakítása, majd definiálása.		<i>Informatika:</i> adatbázis-kezelés, adatállományok, adatok szűrése különböző szempontok szerint. <i>Biológia-egészségtan:</i> rendszertan.
Matematikai tartalmú szöveg értelmezése. Tétel kimondása, bizonyítása. Állítás és megfordítása. Állítás tagadása. Állítás igazságértékének eldöntése. Direkt, indirekt bizonyítás. Szükséges, elégséges, szükséges és elégséges feltétel. Állítások megsejtése, bizonyítás vagy cáfolat megadása.		

Logikai műveletek: NEM, ÉS, VAGY, megengedő és kizáró „vagy” „Minden”, „van olyan”, „ha, akkor”, „akkor és csak akkor” A köznapi szóhasználat és a matematikai kifejezés kapcsolatának megértése. Matematikai és más jellegű érvelésekben a logikai műveletek felfedezése, alkalmazása. Érvelés és vita, ellenpélda szerepe.	Magyar nyelv és irodalom: retorikai alapismeretek.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Alaphalmaz, üres halmaz, véges és végtelen halmaz, unió, metszet, különbség, komplementerhalmaz, részhalmaz- Intervallum. Logikai művelet (NEM, ÉS, VAGY. Ha.... akkor, akkor és csak akkor), szükséges és elégséges feltétel. Sejtés, bizonyítás.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Algebra (hatványozás, algebrai kifejezések, arányosság, százalékszámítás)	Órakeret 25 óra
Előzetes tudás	Természetes számok, egész számok, racionális számok halmaza. Műveletek elvégzése a racionális számok halmazán fejben, írásban. Műveletek sorrendje, zárójelek használata. Hatványozás. Összefüggések leírása algebrai kifejezésekkel, helyettesítési érték, zárójelfelbontás. Mértékegységek (hosszúság, terület, űrtartalom, idő) átváltása. Százalékszámítás. Egyenes és fordított arányosság, arányos osztás.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A számkörbővítés elveinek megértése. Gondolkodás: ismeretek rendszerezésének fejlesztése. Az absztrakciós készség fejlesztése. Algebrai kifejezések biztonságos használata, célszerű átalakítási módok megtalálása, elvégzése. Direkt bizonyítási módszer alkalmazása. Ismeretek tudatos memorizálása, az emlékezet fejlesztése.	
Ismeretek és fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
A valós számkör. Műveleti tulajdonságok alkalmazása: kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás. Műveleti sorrend helyes alkalmazása. Abszolút érték, ellentett, reciprok. Számok tizedes tört alakja. Véges, végtelen szakaszos, végtelen nem szakaszos tizedes törtek. Kerekítések.		
Mértékegységek ismerete: hosszúság, terület, űrtartalom, idő. Mértékegységek átváltása.		

Százalékszámítás: százalékalap, százalékérték, százalékláb, százalékpont fogalmának ismerete, alkalmazása. Egyenes és fordított arányosság ismerete és alkalmazása. Egyenes és fordított arányosság grafikonjának elkészítése és felismerése. Arányos osztás.	
Pozitív egész kitevős hatvány. Korábbi ismeretekre való emlékezés. A hatványozás azonosságai, bizonyítás konkrét hatványalap és tetszőleges pozitív egész kitevő esetén.	
Hatványozás 0 és negatív egész kitevőre. Permanencia-elv.	
Számok normálalakja. Számolás normálalakban felírt számokkal. Normálalak a számológépen. A természettudományokban és a társadalomban előforduló nagy és kis mennyiségekkel történő számolás. Irracionális számok. A valós számok és a számegyenes kapcsolata. A racionális számok halmaza nem elegendő a számegyenes pontjainak jelölésére.	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan: a tér, az idő, az anyagmennyiség nagy és kis méreteinek megadása normálalakkal.</i>
Négyzetgyök fogalma. Négyzetgyökvonás. Nemnegatív számok négyzetgyökének megadása számológép segítségével.	
Algebrai kifejezések. – Egytagú és többtagú kifejezések, polinomok. – A kifejezés értelmezési tartománya. – Helyettesítési érték. Műveleti tulajdonságok (kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás) vizsgálata.	<i>Fizika; kémia</i> mennyiségek kiszámítás képlet alapján, képlete átrendezése.
Műveletek algebrai kifejezésekkel. Többtagú kifejezés szorzása többtagú kifejezésekkel – zárójelfelbontás, előjelszabályok. Többtagú kifejezés szorzattá alakítása kiemeléssel.	

Nevezetes azonosságok: $(a \pm b)^2; (a + b) \cdot (a - b)$ Ismeretek (képletek) tudatos memorizálása.		
A tanult azonosságok, tulajdonságok felhasználása algebrai átalakítások, egyszerűsítések során. Egyszerű másodfokú polinom átalakítása teljes négyzetté kiegészítéssel.		<i>Fizika; kémia:</i> képletek értelmezése, egyenletek rendezése.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Valós szám, normálalak, kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás. Algebrai kifejezés, polinom, azonosság, összeg, tag, szorzat, tényező, egynemű kifejezés, szorzattá alakítás	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3.Geometria (ponthalmazok, háromszögek)	Órakeret 12 óra
Előzetes tudás	Tételek kölcsönös helyzete, távolsága. Háromszögek, Speciális háromszögek felismerése, tulajdonságaik. Háromszög köré írt kör és beírt kör szerkesztése. A Pitagorasz-tétel és a Thalész-tétel ismerete.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A geometriai szemlélet, látásmód fejlesztése. A szükséges és az elégséges feltétel felismerése. Bizonyítási igény kialakítása. Összetett számítási probléma lebontása, számítási terv készítése (megfelelő részlet kiválasztása, a részletszámítások logikus sorrendbe illesztése). Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal. Számoló-, számítógép használata.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Pont, egyenes, sík, tételek, szög fogalmának ismerete, használata.		
Nevezetes szögpárok és tulajdonságaik (pótszögek, mellékszögek, kiegészítő szögek, csúcsháromszögek, egyállású szögek, váltószögek)		
Tételek kölcsönös helyzete, távolsága, szöge.		
Nevezetes pontthalmazok: Szakaszfelező merőleges, szögfelező tulajdonságainak ismerete.		<i>Informatika:</i> geometriai szerkesztőprogram.

Alapszerkesztések végrehajtása hagyományos vagy digitális eszközzel: szakaszfelező merőleges, szögfelező, szögmásolás, merőleges és párhuzamos egyenesek.		
A háromszög oldalai és szögei. – Háromszög-egyenlőtlenség. – Összefüggések a háromszög szögei között – belső szögek, külső szögek. – Összefüggések a háromszög oldalai és szögei között. A háromszögek szögeiről, oldalairól tanult tételek alkalmazása.		
A háromszögek nevezetes vonalai: – A háromszög oldalfelező merőlegesei, a háromszög köré írt köre. A tétel bizonyítása. – A háromszög magasságvonalai, magasságpontja. – A háromszög belső szögfelező egyenesei, a háromszög beírt köre. A tétel bizonyítása. – A háromszög súlyvonalai, súlypontja. A háromszögek nevezetes vonalairól és köreiről tanult tételek alkalmazása.		<i>Informatika:</i> geometriai szerkesztő program használata.
Speciális háromszögek tulajdonságainak ismerete és alkalmazása.		
Háromszög területének kiszámítása.		
Pitagorasz-tétel és megfordításának alkalmazása. A Pitagorasz-tétel bizonyítása. Számítási feladatok síkban és térben. A tétel és megfordításának alkalmazása <i>Matematikatörténet:</i> Pitagorasz.		<i>Fizika:</i> vektor felbontása merőleges összetevőkre.
Thalész tétele és a tétel megfordításának alkalmazása. <i>Matematikatörténet:</i> Thalész.		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Szabályos háromszög, egyenlő szárú háromszög, derékszögű háromszög, oldalfelező merőleges, szögfelező, magasságvonal, súlyvonal, középvonal, körülírt kör, beírt kör.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Függvények	Órakeret 12 óra
Előzetes tudás	Halmazok. Hozzárendelés fogalma. Grafikonok készítése, olvasása. Pontok ábrázolása koordináta-rendszerben. Lineáris függvények, fordított arányosság függvénye, másodfokú függvény ismerete.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Függvény-transzformációk algebrai és geometriai megjelenítése. Összefüggések, folyamatok megjelenítése matematikai formában (függvény-modell), vizsgálat a grafikon alapján. A vizsgálat szempontjainak kialakítása. Számítógép bevonása a függvények ábrázolásába, vizsgálatába.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Függvény fogalma. Egyértelmű, kölcsönösen egyértelmű hozzárendelések. Függvényérték és hely meghatározása számítással, ezek táblázatba rendezése. Értelmezési tartomány, értékkészlet. A függvény megadási módjai, ábrázolása. A függvény grafikonja alapján a függvény maximumának, minimumának, zérushelyének megállapítása, növekedés és fogyás leolvasás. Kölcsönösen egyértelmű hozzárendelés megfordítása és a megfordított hozzárendelés ábrázolása.		<i>Informatika:</i> függvényábrázolás, grafikonkészítés számítógépes program segítségével.
Egyenes arányosság. Elsőfokú függvények, lineáris függvények. Lineáris függvények hozzárendelési utasításának leolvasása grafikon alapján. Lineáris kapcsolatok felfedezése a hétköznapokban.		<i>Fizika; kémia:</i> egyenesen arányos mennyiségek.
Másodfokú függvény. Négyzetgyökfüggvény Fordított arányosság függvény A függvénygrafikonok elkészítése és használata a függvény jellemzésére.		<i>Informatika:</i> függvényábrázolás, grafikonkészítés számítógépes program segítségével.
Fordított arányosság, elsőfokú törtfüggvény.		<i>Fizika; kémia:</i> fordítottan arányos mennyiségek.
Függvénytranszformációk.		<i>Fizika:</i> a megfigyelés időbeli és térbeli

A tanult elemi függvényekkel egyszerű függvénytranszformációs lépések végrehajtása. $f(x)+c$; $f(x+c)$; $c \cdot f(x)$; $ f(x) $.		kezdőpontja változásának hatása a mennyiségek közötti összefüggésekre.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Függvény grafikonja, szélsőérték, helyettesítési érték, értelmezési tartomány, értékkészlet, növekedés, fogyás, zérushely.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5. Algebra (egyenlet, egyenlőtlenség, egyenletrendszer)	Órakeret 19 óra
Előzetes tudás	Egyismeretlenes elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása. Alaphalmaz vizsgálata, ellenőrzés. Azonosság, ellentmondás. Szöveges feladatok – matematikai modell alkotása.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása, a modell hatókörének vizsgálata, a kapott eredmény összevetése a valósággal; az ellenőrzés fontosságának belátása. A problémához illő számítási mód kiválasztása, eredmény kerekítése a problémának megfelelően. Számológép használata.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Elsőfokú egyenletek. – Alaphalmaz, megoldáshalmaz. – Ekvivalens átalakítások. Egyenletek megoldása: – Mérlegelv, szorzattá alakítás Egyenletek algebrai, grafikus megoldása. Digitális technikák használata az egyenletmegoldás során. Ellenőrzés: behelyettesítés, értékkészlet-vizsgálat.		
Elsőfokú egyenlettel, egyenlőtlenséggel, egyenletrendszerrel megoldható szöveges feladatok. A korábban tanult feladattípusok megoldási módszereinek elmélyítése. A mindennapokhoz kapcsolódó problémák matematikai modelljének elkészítése, egyenlet felírása; a megoldás ellenőrzése, a gyakorlati feladat megoldásának összevetése a valósággal (lehetséges-e?). Válaszadás. Út-idő-sebesség; együttes munkavégzés; keverékes feladatok; számok helyiértékével kapcsolatos feladatok; életkorral kapcsolatos		<i>Fizika:</i> kinematika, dinamika. <i>Kémia:</i> oldatok összetétele.

feladatok; pénzügyi és gazdasági témájú feladatok. Szöveges feladatok megoldása több különböző úton.		
Elsőfokú egyenletrendszerek. – Grafikus megoldás. – Behelyettesítő módszer. – Egyenlő együtthatók módszere.		<i>Informatika:</i> számítógépes program használata.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Elsőfokú egyenlet, egyenlőtlenség, értelmezési tartomány, azonosság. Ekvivalens átalakítás, hamis gyök. Egyenletrendszer.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	6.Geometria (egybevágósági transzformációk)	Órakeret 6 óra
Előzetes tudás	Geometriai transzformációk, a szimmetria felismerése környezetünkben, alkalmazásuk egyszerű feladatokban.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A geometriai transzformációk alkalmazása problémamegoldásban. A szimmetria szerepének felismertetése a matematikában és a valóságban. Tájékozódás valóságos viszonyokról térkép és egyéb vázlatok alapján. Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal. Számológép, számítógép használata.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Geometriai transzformáció fogalma. Egybevágósági transzformációk rendszerezése. Tengelyes tükrözés, középpontos tükrözés, pont körüli elforgatás, eltolás. Vektor fogalmának kialakítása a párhuzamos eltolás segítségével. A geometriai transzformációk tulajdonságai: – fixpont, fixegyenes, fixsík; – szögtartás, távolságtartás, irányítástartás; – szimmetrikus és nem szimmetrikus transzformáció. Geometriai transzformációk szorzata.		<i>Informatika:</i> geometriai szerkesztőprogram használata.
Az egybevágóság fogalma. Egybevágó alakzatok felismerése. Alakzatok egybevágósága. A háromszögek egybevágóságának alapesetei és ezek alkalmazása. Négyszögek egybevágósága.		

Szimmetrikus alakzatok. A szimmetrián alapuló tulajdonságok felismerése: szögek, szakaszok egyenlősége.		<i>Vizuális kultúra:</i> művészettörténeti stíluskorszakok.
Szerkesztési feladatok hagyományos és digitális eszközzel. Számítási és bizonyítási feladatok. Az egybevágóság, a szimmetria felismerése, hatékony alkalmazása.		
A paralelogramma, a háromszög és a trapéz középvonala. A középpontos tükrözés alkalmazása.		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Geometriai transzformáció, egybevágósági transzformáció, szimmetrikus alakzat.	

10. évfolyam

Óraszám: 102 óra/év
3 óra/hét

Az éves óraszám felosztása

Sorszám	Témakör	Óraszám
1.	Gondolkodási módszerek, kombinatorika, gráfok	10 óra
2.	Négyzetgyök, n-edik gyök	14 óra
3.	Másodfokú kifejezés	17 óra
4.	Statisztika, valószínűség	16 óra
5.	Geometriai transzformációk	15 óra
6.	Négyszögek, sokszögek, kör és részei	20 óra
	Összefoglalás, számonkérés	6 óra
	Év végi ismétlés	4 óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási módszerek, kombinatorika, gráfok	Órakeret 10 óra
Előzetes tudás	Halmazműveletek. Halmazábra. Részhalmaz. Matematikai állítások vizsgálata. Igaz és hamis állítások. Állítás tagadása. Elemek sorba rendezése, adott szempont szerinti kiválasztása.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A halmaz fogalmának mélyítése, alkalmazása problémamegoldásra, matematikai modellek alkotására. A kombinatorikai problémák felfedezése a hétköznapi életben, modellek alkalmazása. A rendszerező képesség, a figyelem fejlesztése. Gráfok segédeszközként való használata a gondolkodásban.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
n elemű halmaz részhalmazainak a száma. Korábbi ismeretek felhasználása, a tanult jelölések alkalmazása.		Magyar nyelv és irodalom: mondatok, szavak, hangok rendszerezése.
Skatulyaelv. Modellalkotás egy-egy tipikus problémára.		
A szorzási és összeadási szabály. Az összeszámlálás technikáinak megértése, alkalmazása.		
Sorba rendezés. Kiválasztás. A szöveg matematikai nyelvre fordítása, matematikai modell készítése. Kombinatorikai problémák felfedezése a mindennapokban. $n!$, n^k . Az összeszámlálási módszer megértése. Esetszétválasztás.		
Gráfok: csúcs, él, fokszám. Gráfok alkalmazása feladatmegoldásban. Gondolatmenet megjelenítése gráffal.		Kémia: molekulák szerkezete. Informatika: számítógépes hálózatok felépítése. Földrajz: térképek, úthálózat.

Kulcsfogalmak/ fogalmak	Szorzási szabály, összeadási szabály, faktoriális, gráf, csúcs, él, fokszám.
----------------------------	--

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Négyzetgyök, n-edik gyök	Órakeret 14 óra
Előzetes tudás	Hatványozás. Négyzetgyökvonás. Nevezetes szorzatok.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Műveletek algebrai kifejezésekkel, irracionális számokkal. Szabálykövetés.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
A négyzetgyök fogalma, négyzetgyökvonás azonosságai. Négyzetgyökös kifejezések értelmezési tartománya. Valós szám négyzetének négyzetgyöke.		
Négyzetgyökvonás azonosságainak alkalmazása. Algebrai kifejezések átalakításai a tanult eljárások, azonosságok felhasználásával. Bevitel a gyökjel alá, kiemelés a gyökjel alól. Gyöktelenítés.		
Az n-edik gyök fogalma. N-edik gyökvonás.		
Racionális hatványkitevő fogalma. Hatványozás azonosságainak kiterjesztése		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	n-edik gyök, gyöktelenítés, racionális hatványkitevő	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3.Másodfokú kifejezés	Órakeret 17 óra
Előzetes tudás	Műveletek sorrendje, zárójelek használata. Hatványozás. Összefüggések leírása algebrai kifejezésekkel, helyettesítési érték, zárójelfelbontás. Egyismeretlenes elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása. Alaphalmaz vizsgálata, ellenőrzés.	

A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása, a modell hatókörének vizsgálata, a kapott eredmény összevetése a valósággal; az ellenőrzés fontosságának belátása. A problémához illő számítási mód kiválasztása, eredmény kerekítése a problémának megfelelően. Számológép használata.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Másodfokú egyenletek Másodfokú egyenlet általános alakja. Másodfokú egyenletek megoldása: – Grafikus megoldás. – Szorzattá alakítás – Teljes négyzetté kiegészítés. A másodfokú egyenlet megoldóképlete. A megoldóképlet készségszintű alkalmazása. Számológép használata. A másodfokú egyenlet diszkriminánsa. Diszkusszió. Gyöktényezős alak. Másodfokúra visszavezethető egyenletek. Új ismeretlen bevezetése. <i>Matematikatörténet:</i> magasabb fokú egyenletek megoldhatósága.		
Másodfokú egyenlettel megoldható szöveges feladatok. Modellalkotás, megoldási módszerek. Szövegben történő ellenőrzés. Másodfokú függvények vizsgálata. Teljes négyzetté alakítás használata. Számítógépes program használata.		<i>Fizika:</i> egyenletesen gyorsuló mozgás leírása. <i>Informatika:</i> számítógépes program használata.
Másodfokú egyenlőtlenségek. A megoldás megadása másodfokú függvény vizsgálatával.		
Négyzetgyökös egyenletek. $\sqrt{x+c} = ax+b$ típusú egyenletek megoldása – Ekvivalens és nem ekvivalens egyenlet-megoldási lépések. – Hamisgyök, gyökvesztés.		

–Értelmezési tartomány. Ekvivalens átalakítások. Az ellenőrzés szerepe, szükségessége.		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Másodfokú egyenlet, egyenlőtlenség, teljes négyzetté alakítás, megoldóképlet, diszkrimináns, diszkusszió. Négyzetgyökös egyenlet.	
Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Statisztika. valószínűség	Órakeret16 óra
Előzetes tudás	Adatok elemzése, átlag, táblázatok, grafikonok használata, gyakoriság, relatív gyakoriság, valószínűség fogalma. Százalékszámítás.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tapasztalatszerzés kísérletekkel, a kísérletek kiértékelése, következtetések. Diagram készítése, olvasása. Táblázat értelmezése, készítése. Számítógép használata az adatok rendezésében, értékelésében, ábrázolásában. Grafikus manipuláció felismerése diagramok esetén.	
Ismeretek/és fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Statisztikai adatok gyűjtésének tervezése, gyűjtése, elemzése és ábrázolása. Adatok gyűjtése hagyományos és internetes forrásból Adatok rendezése, osztályokba sorolása, táblázatba rendezése, ábrázolása. Kör és oszlopdiagram készítése hagyományos és digitális eszközzel. Következtetések levonása, a megfelelő diagramtípus kiválasztása a statisztikai kérdés megválaszolásához. Számológép használata. Adathalmazok jellemzői átlag, medián, módusz, Kördiagramból oszlopdiagram készítése és viszont.		<i>Földrajz:</i> időjárási, éghajlati és gazdasági statisztikák. <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> történelmi, társadalmi témák vizuális ábrázolása (táblázat, diagram). <i>Informatika:</i> adatkezelés, adatfeldolgozás, információ-megjelenítés.
Véletlen jelenségek megfigyelése. Kockadobások, pénzérme. Véletlen jelenségek számítógépes szimulációja. Gyakorisági, relatív gyakorisági táblázatok készítése.		
Esemény, eseménytér, elemi esemény, biztos esemény, lehetetlen esemény, komplementer esemény. Gyakoriság, relatív gyakoriság, Műveletek eseményekkel. Kétváltozós műveletek értelmezése. Egyszerűbb események valószínűségének kiszámítása.		

Egymást kizáró események, független események		
Valószínűség fogalma Klasszikus valószínűségi modell. A valószínűség meghatározása kombinatorikus eszközökkel.		
Diszkrét valószínűség-eloszlások ábrázolása hagyományos és digitális eszközökkel.		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Esemény, elemi esemény, gyakoriság, relatív gyakoriság, valószínűség, diszkrét valószínűség-eloszlás	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5.Geometriai transzformációk	Órakeret 15 óra
Előzetes tudás	Egybevágósági transzformációk, a szimmetria felismerése környezetünkben, alkalmazásuk egyszerű feladatokban. Egybevágósággal kapcsolatos szerkesztési feladatok végrehajtása. Háromszögek és egybevágóságának alapesetei, négyszögek egybevágósága.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A geometriai transzformációk alkalmazása problémamegoldásban. A szimmetria szerepének felismertetése a matematikában és a valóságban. Tájékozódás valóságos viszonyokról térkép és egyéb vázlatok alapján. Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal. Számológép, számítógép használata.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
A középpontos hasonlóság fogalma és tulajdonságai. A hasonlósági transzformáció fogalma és tulajdonságai. Aránytartó transzformáció. Szerkesztési, számítási feladatok. Hasonlóság aránya, kapcsolat a középpontos tükrözéssel.		<i>Földrajz:</i> térképek.
Hasonló alakzatok. A háromszögek hasonlóságának alapesetei. A sokszögek hasonlósága. A hasonló síkidomok területének aránya. A hasonló testek felszínének és térfogatának aránya.		<i>Fizika:</i> hasonló háromszögek alkalmazása – lejtőmozgás, geometriai optika. <i>Vizuális kultúra:</i> festészet, építészet.

Ezek alkalmazása.		
A vektor. Ellentett vektorok, nullvektor, egyenlő vektorok, vektor abszolútértéke. Műveletek vektorokkal: – összeadás (paralelogramma módszer, láncmódszer); – kivonás; – számmal való szorzás. Vektor felbontása összetevőkre. A vektorműveletek tulajdonságai. Szerkesztési feladatok. Vektorműveletek gyakorlása síkbeli és térbeli ábrákon is. Analógia a számhalmazokon végzett műveletekkel. Bázisvektorok, bázisrendszer. Vektorok koordinátái. Vektor hosszának számítása. Helyvektor, szabadvektor.		<i>Fizika:</i> vektormennyiségek.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Hasonlósági transzformáció, hasonló alakzat, Vektorművelet, paralelogramma-módszer, láncmódszer, vektorfelbontás, nullvektor, ellentett vektor, egyenlő vektor. Bázisvektor, bázisrendszer, vektorkoordináta. Helyvektor, szabadvektor.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	6. Négyszögek, sokszögek, kör és részei	Órakeret 20 óra
Előzetes tudás	Geometriai transzformációk, háromszöggel kapcsolatos ismeretek. Tételek kölcsönös helyzete, hajlásszöge. Nevezetes szögpárok. Hosszúság és területmértékek.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Speciális négyszögek tulajdonságainak felismerése és alkalmazása. Konvex sokszögek átlóinak számára, belső és külső szögösszegekre vonatkozó tételek ismerete. Kör és részeinek ismerete.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Konvex és konkáv sokszögek.		
Speciális négyszögek, osztályozásuk, tulajdonságaik. (trapéz, húrtrapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, téglalap, négyzet)		
Speciális négyszögek területe, kerülete.		

Alkalmazása gyakorlati problémák megoldására, mértékegységek helyes megválasztása.		
Átdarabolás alkalmazása.		
Szabályos sokszög fogalma, tulajdonságai, szabályos sokszög területének kiszámítása átdarabolással.		
Konvex sokszögek: átlók számára, belső és külső szögösszegre vonatkozó tételek ismerete, bizonyítása és alkalmazása		n-csúcsú teljes gráf éleinek száma.
Kör területe, területe. Kör érintője, az érintő és érintési pontba húzott sugár kapcsolata		
Körcikk, középponti szög. Középponti szög egyenesen arányos a hozzá tartozó körív hosszával. Középponti szög egyenesen arányos a hozzá tartozó körcikk területével.		
Kör, körcikk, körgyűrű és körszelet területének, kerületének kiszámítása.		
Körhöz, külsőpontból húzott érintőszakaszokra vonatkozó tétel, alkalmazása. Thálesz-tétel bizonyítása Thálesz-tétel és megfordításának alkalmazása.		Geometriai szerkesztőprogram használata
Kulcsfogalmak/ fogalmak	trapéz, húrtrapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, téglalap, négyzet, konvex sokszög, szabályos sokszög, körív, körcikk, körszelet,	

9. nyelvi előkészítő évfolyam

A 9. évfolyam nyelvi előkészítő tanévének Elsődleges feladata, hogy rendszerezze, azonos szintre hozza a tanulók előzetes ismereteit. Célok tekintetében elsőként fontos, hogy a heti 1 tanóra segítse a tanulókat a matematikai gondolkodásmód és különböző tanulási módszerek megismerésében, elsajátításában, hogy a gimnáziumban töltött további tanévekben tanulandó matematikai ismereteket, módszereket könnyebb legyen elsajátítaniuk. Második cél, hogy felfedezzék a tanulók, hogy a matematikai gondolkodásmód a valós életben milyen gyakran használható, alkalmazható. Szükséges tehát, hogy a tiszta matematikai ismeretek mellett megismerkedjenek a tanulók a többi tudomány, illetve az élet mindenféle területéhez kapcsolódó matematikai ismeretekkel, alkalmazásokkal, általánosságban pedig kompetenciáik fejlesztése a cél.

A célok eléréséhez szükséges gyakorolni a matematikai kifejezések, szemléltető ábrák, diagramok, grafikonok értelmezését, készítését, alkalmazását, fontos elsajátítaniuk és alkalmazniuk a szaknyelvet, jelöléseket, megtanulni a megfelelő kommunikációt. A digitális eszközök, dinamikus szoftverek, online felületek támogatják a szemléltetést, a megértést és a felfedeztetést. a kooperatív munkaformák, a csoportmunkában megoldandó projektfeladatok pedig megfelelően fejlesztik a matematikai kommunikációt. További cél, hogy képesek legyenek szabályszerűségeket észrevenni, és konkrét példákból általános következtetést levonni, de általános következtetést konkrét esetre is tudjanak alkalmazni.

Óraszám: 34 óra/év
1 óra/hét

Az éves óraszám felosztása

Sorszám	Témakör	Óraszám
1.	Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika	4 óra
2.	Algebra és számelmélet	7 óra
3.	Ponthalmazok, háromszögek, sokszögek	6 óra
4.	Függvények	6 óra
5.	Számelmélet, algebra (egyenlet, egyenlőtlenség,)	7 óra
	Összefoglalás, számonkérés	4 óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika	Órakeret 4 óra
Előzetes tudás	Csoportosítás különböző szempontok alapján. Halmazműveletek véges halmazokon. Halmazábra. Részhalmaz. Számhalmazok, ponthalmazok. Állítások megfogalmazása a hétköznapi életből. Matematikai állítások vizsgálata. Igaz és hamis állítások. Állítás tagadása.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A halmaz fogalmának mélyítése, alkalmazása problémamegoldásra, matematikai modellek alkotására. Több szempont alkalmazásával a megosztott figyelem fejlesztése. Definíciók, jelölések használata során az emlékezet fejlesztése. A köznapi életben használt logikai következtetések és a matematikai logikában használt kifejezések összevetése. A hétköznapi, nem tudományos szövegekben található matematikai információk felfedezése, rendszerezése a célnak megfelelően. Matematikai állítások helyes megfogalmazása, érvelés, vitakultúra fejlesztése.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Halmazműveletek: unióképzés, metszetképzés, különbségképzés.		<i>Biológia-egészségtan:</i> rendszertan.
Matematikai tartalmú szöveg értelmezése. Definíció, tétel kimondása- Szükséges, elégséges, szükséges és elégséges feltétel.		

Logikai műveletek: NEM, ÉS, VAGY, „Minden”, „van olyan”, ha, akkor. A köznapi szóhasználat és a matematikai kifejezés kapcsolatának megértése. Matematikai és más jellegű érvelésekben a logikai műveletek felfedezése, alkalmazása.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Véges és végtelen halmaz, unió, metszet, különbség, Logikai művelet (NEM, ÉS, VAGY. Ha.... akkor), szükséges és elégséges feltétel. Egyszerű állítások igazságértékének megállapítása.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számelmélet, algebra (Hatványozás, oszthatóság, algebrai kifejezések)	Órakeret 7 óra
Előzetes tudás	Természetes számok, egész számok, racionális számok halmaza. Műveletek elvégzése a racionális számok halmazán fejben, írásban. Műveletek sorrendje, zárójelek használata. Hatványozás. Összefüggések leírása algebrai kifejezésekkel, helyettesítési érték, zárójelfelbontás.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A számkörbővítés elveinek megértése. Gondolkodás: ismeretek rendszerezésének fejlesztése. Az absztrakciós készség fejlesztése. Algebrai kifejezések biztonságos használata, célszerű átalakítási módok megtalálása, elvégzése. Ismeretek tudatos memorizálása, az emlékezet fejlesztése.	
Ismeretek és fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
A valós számkör. Műveleti tulajdonságok alkalmazása: kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás.		
Pozitív egész kitevős hatvány. Korábbi ismeretekre való emlékezés. A hatványozás azonosságai.		
Hatványozás 0 és negatív egész kitevőre. Permanencia-elv.		
Számok normálalakja. Számolás normálalakban felírt számokkal. Normálalak a számológépen. A természettudományokban és a társadalomban előforduló nagy és kis mennyiségekkel történő szorzások, osztások elvégzése. Számok tizedes tört alakja. A valós számok és a számegyenes kapcsolata. Nyílt és zárt intervallum.		<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan: a tér, az idő, az anyagmennyiség nagy és kis méreteinek megadása normálalakkal.</i>
Osztó, többszörös, oszthatóság, oszthatósági szabályok.		
A tanult ismeretek felidézése: prímszám, összetett szám, prímtényező felbontás. A számelmélet alaptétele. Relatív prímszámok. <i>Matematikatörténet: Euklidesz, Eratoszthenész, Euler, Fermat.</i>		

Algebrai kifejezések. Egész kifejezések, polinomok, törtkifejezések. A kifejezés értelmezési tartománya. Helyettesítési érték. Műveleti tulajdonságok (kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás) vizsgálata.		<i>Fizika; kémia:</i> mennyiségek kiszámítása képlet alapján, képletek átrendezése.
Műveletek többtagú egész algebrai kifejezésekkel. Többtagú kifejezés szorzása többtagú kifejezésekkel – zárójelfelbontás, előjelszabályok. Többtagú kifejezés szorzattá alakítása kiemeléssel.		
Nevezetes azonosságok: $(a \pm b)^2$; $(a + b) \cdot (a - b)$; Ismeretek (képletek) tudatos memorizálása.		
Azonos átalakítások. Polinomok összeadása, kivonása, szorzása, hatványozása. Kiemelés, szorzattá alakítás.		<i>Fizika; kémia:</i> képletek értelmezése, egyenletek rendezése.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Normálalak, kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás. Algebrai kifejezés, polinom, algebrai tört, azonosság.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Geometria (ponthalmazok, háromszögek, sokszögek)	Órakeret 6 óra
Előzetes tudás	Tételek kölcsönös helyzete, távolsága. Háromszögek, négyszögek, sokszögek tulajdonságai. Speciális háromszögek, négyszögek elnevezése, felismerése, tulajdonságaik. Háromszögek szerkesztése alapadatokból. Háromszög köré írt kör és beírt kör szerkesztése. A Pitagorasz-tétel és a Thalész-tétel ismerete.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A geometriai szemlélet, látásmód fejlesztése. A szükséges és az elégséges feltétel felismerése. Bizonyítási igény kialakítása. Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal. Számoló-, számítógép használata.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Tételek kölcsönös helyzete, távolsága.		
Nevezetes ponthalmazok: 2 adott térelemtől adott távolságra lévő pontok halmaza – síkban és térben; 3 két térelemtől egyenlő távol lévő pontok halmaza – síkban és térben. Vegyes feladatok ponthalmazok alkalmazására szerkesztéssel.		<i>Informatika:</i> geometriai szerkesztőprogram.
A háromszög oldalai és szögei. Háromszög-egyenlőtlenség. Összefüggések a háromszög szögei között – belső szögek, külső szögek. Összefüggések a háromszög oldalai és szögei között. A háromszögek szögeiről, oldalairól tanult tételek alkalmazása számítási feladatokban.		

Négyszögek, sokszögek, szabályos sokszögek. Belső és külső szögek összege. Átlók száma.		
Pitagorasz-tétel és megfordításának alkalmazása. Számítási feladatok síkban és térben. A tétel és megfordításának alkalmazása bizonyítási feladatokban. <i>Matematikatörténet:</i> Pitagorasz.		<i>Fizika:</i> vektor felbontása merőleges összetevőkre.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Sokszög.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4.Függvények	Órakeret 6 óra
Előzetes tudás	Halmazok. Hozzárendelés fogalma. Grafikonok készítése, olvasása. Pontok ábrázolása koordináta-rendszerben. Lineáris függvények, fordított arányosság függvénye, abszolútérték-függvény, másodfokú függvény ismerete. Behelyettesítés, behelyettesítési érték, értéktáblázat, rendezett pár, Descartes-féle derékszögű koordináta-rendszer	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Összefüggések, folyamatok megjelenítése matematikai formában (függvény-modell), vizsgálat a grafikon alapján. A vizsgálat szempontjainak kialakítása. Számítógép bevonása a függvények ábrázolásába, vizsgálatába.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Függvény fogalma. Értelmezési tartomány, értékkészlet. A függvény megadási módjai, ábrázolása.		<i>Informatika:</i> függvényábrázolás, grafikonszerkesztés számítógépes program segítségével.
Egyenes arányosság. Elsőfokú függvények, lineáris függvények. Lineáris kapcsolatok felfedezése a hétköznapi életben.		<i>Fizika; kémia:</i> egyenesen arányos mennyiségek.
Abszolútérték-függvény. Másodfokú függvények. A függvénygrafikonok elkészítése		<i>Informatika:</i> függvényábrázolás, grafikonszerkesztés számítógépes program segítségével.
Fordított arányosság, elsőfokú törtfüggvény.		<i>Fizika; kémia:</i> fordítottan arányos mennyiségek.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Függvény grafikonja.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5. Számelmélet, algebra (egyenlet, egyenlőtlenség)	Órakeret 7 óra
Előzetes tudás	Egyismeretlenes elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása. Alaphalmaz vizsgálata, ellenőrzés. Szöveges feladatok – matematikai modell alkotása.	

A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása, a modell hatókörének vizsgálata, a kapott eredmény összevetése a valósággal; az ellenőrzés fontosságának belátása. A problémához illő számítási mód kiválasztása, eredmény kerekítése a problémának megfelelően. Számológép használata.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Elsőfokú egyenletek. 1. Alaphalmaz, megoldáshalmaz. 2. Ekvivalens átalakítások. 3. Mérlegelv. Egyenletek algebrai megoldása. Digitális technikák használata az egyenletmegoldás során.		
Elsőfokú egyenlettel megoldható szöveges feladatok. A korábban tanult feladattípusok megoldási módszereinek elmélyítése. A mindennapokhoz kapcsolódó problémák matematikai modelljének elkészítése, egyenlet felírása; a megoldás ellenőrzése, a gyakorlati feladat megoldásának összevetése a valósággal (lehetséges-e?).		
Egyenlőtlenségek algebrai megoldása.		
Kulcsfogalmak/fogalmak	Elsőfokú egyenlet, egyenlőtlenség, értelmezési tartomány. Ekvivalens átalakítás, hamis gyök.	

11-12. évfolyam

A 11–12. évfolyamon a tanulási-tanítási folyamatra jellemző, hogy az ismeretek jellege egyre absztraktabb és formálisabb, a matematika belső logikája egyre jobban érvényesül. Ebben a szakaszban az egyik nagyon fontos didaktikai cél a szimbolikus gondolkodás fejlesztése. A tanulóknak a korábban elsajátított készségekre, képességekre és ismeretanyagra támaszkodva kell eljutniuk az absztrakt összefüggések megértéséhez és tudatos alkalmazásához. Tudatosítani kell a matematikai fogalmak pontos definiálásának fontosságát és a matematikai bizonyítások szerepét. Amellett, hogy a lehetséges alkalmazásokat minden egyes témakör kapcsán szem előtt kell tartani, fontos, hogy a tanulók lássák az egyes matematikai területek kapcsolatát is.

Ebben a szakaszban is fontos cél, hogy az ismeretszerzési folyamat során a tanuló a tanár által irányított módon, a feladatok megoldása mentén maga fedezze fel az összefüggéseket, általánosítási lehetőségeket, megoldási módokat. A kooperatív munkaformák, a csoportmunkában megoldandó projektfeladatok ebben a szakaszban is fejlesztik a matematikai kommunikációt. Az érettségi vizsgára készülés során egyre nagyobb hangsúlyt kap a tanulók önálló munkája mind a feladatmegoldásokban, mind a tanultak ismételésében, rendszerezésében. A digitális eszközök, dinamikus szoftverek, online felületek támogatják a szemléltetést, a megértést, a felfedeztetést és a gyakorlást.

A 11–12. évfolyamon is jellemző, hogy a megjelenő témakörök tartalmának egy része folytatása, kiterjesztése és kiegészítése a korábbi szakaszokban is megjelenő tananyagtartalmaknak. Bizonyos témakörök azonban ebben a szakaszban jelennek meg először. Ilyen a racionális kitevőjű hatvány, az exponenciális függvény, a logaritmus, a számtani és mértani sorozatok, a trigonometria, a koordinátageometria és a térgeometria. Az algebrai eszközök és a függvényekkel kapcsolatos

ismeretek bővülése, a trigonometria és a koordináta geometria alapjainak megjelenése, valamint a statisztikai és valószínűségi szemlélet mélyülése további lehetőségeket nyújt változatos hétköznapi és matematikai problémák megoldására. A matematikai eszköztár bővülése ebben a szakaszban teszi leginkább lehetővé, hogy a tanulók más tantárgyakban, más tanulási területeken is alkalmazni tudják matematikai tudásukat.

11. évfolyam

Óraszám: 136 óra/év

4 óra/hét

Az éves óraszám felosztása

Sorszám	Témakör	Óraszám
1.	A hatvány, gyök, logaritmus	29 óra
2.	Trigonometria	28 óra
3.	Sorozatok	23 óra
4.	Koordináta geometria	29 óra
5.	Halmazok, kombinatorika	8 óra
6.	Valószínűség számítás, statisztika	11 óra
	Összefoglalás, számonkérés	4 óra
	Év végi ismétlés	4 óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Hatvány, gyök, logaritmus	Órakeret 29 óra
Előzetes tudás	Hatványozás egész kitevővel, hatványozás azonosságai Valós számok halmaza.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A matematika belső fejlődésének felismerése, új fogalmak alkotása: a racionális kitevő értelmezése. Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: exponenciálisan, logaritmikusan változó mennyiségek. A matematikai ismeretek alkalmazásának felismerése más tudományágban és mindennapjainkban.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok

Az egész kitevőjű hatványok, a hatványozás azonosságainak ismétlése. Számológép használata hatványok értékének kiszámításában, normálalak használatában. Azonos átalakítások; a célszerű módszer, lépés megválasztása. Kamatszámítás, hitelfelvétel, törlesztőrészlet-számítás. A hatványfogalom kiterjesztése – törtkitevőjű hatványok. A hatványozás eddigi azonosságai érvényben maradnak – permanencia-elv. Exponenciális függvény. Az exponenciális függvény ábrázolása, vizsgálata – irracionális kitevőjű hatvány fogalma szemléletes alapon.	<i>Fizika:</i> radioaktivitás (bomlási törvény, aktivitás).
Exponenciális egyenletek, egyenlőtlenségek. Megoldás a definíció és a hatványozás azonosságainak alkalmazásával. Exponenciális egyenletre vezető valós problémák megoldása.	<i>Földrajz; biológia-egészségtan:</i> globális problémák (pl. demográfiai mutatók, a Föld eltartó képessége és az élelmezési válság, betegségek, világjárványok, túltermelés és túlfogyasztás).
Számolás 10 hatványaival, 2 hatványaival. A logaritmus fogalma. A logaritmus értékének meghatározása a definíció alapján és számológéppel. A logaritmus azonosságai: – szorzat, hányados, hatvány logaritmus; a – tudjon kiszámolni bármilyen alapú logaritmust 10-es alapú logaritmus segítségével, és képes legyen áttérni más alapú logaritmusra. A logaritmus azonosságainak alkalmazása kifejezések számértékének meghatározására, kifejezések átalakítására. <i>Matematikatörténet:</i> a logaritmus fogalmának kialakulása, változása. Logaritmustáblázat.	<i>Kémia:</i> pH-számítás. <i>Fizika:</i> radioaktivitással kapcsolatos számítási feladatok.
Logaritmusos egyenletek, egyenlőtlenségek. Megoldás a definíció és az azonosságok alkalmazásával. Értelmezési tartomány vizsgálata. Számológép használata.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Racionális kitevőjű hatvány. Exponenciális növekedés, csökkenés. Logaritmus.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Trigonometria	Órakeret 28 óra
Előzetes tudás	Hasonlóság alkalmazása számolási feladatokban, vektorok koordinátáinak használata.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Síkbeli és térbeli ábra készítése a valós geometriai problémáról. Számítási feladatok, a megoldáshoz alkalmas szögfüggvény megtalálása. Számológép, számítógép használata. A geometriai látásmód fejlesztése. Az algebrai és a geometriai módszerek közös alkalmazása számítási, bizonyítási feladatokban. A tanultak alkalmazása más tudományterületeken is.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
A vektor fogalma, vektorműveletek, vektorfelbontás, vektorkoordináták. A tanult ismeretek felidézése. A vektorok koordinátaival végzett műveletek és tulajdonságaik.		

Hegyesszögek szögfüggvényei, a szögfüggvények általános értelmezése, szögfüggvények közötti egyszerű összefüggések, trigonometrikus függvények. Távolságok, magasságok meghatározása arányokkal. A valóság kicsinyített ábrájáról szögek és szakaszok meghatározása méréssel és számolással. A hegyesszögek szögfüggvényeinek definíciója. Szögfüggvény értékének és szögek értékének meghatározása számológéppel. Számítási feladatok szögfüggvények használatával síkban és térben. A háromszög területének kifejezése két oldal és a közbezárt szög segítségével. Alakzatok adatainak meghatározása. Szinusztétel. Koszinusztétel. A tételek pontos kimondása, bizonyítása. Kapcsolat a Pitagorasz-tétellel. Ábra és terv készítése a számítási feladatokhoz. Szögtávolság, terület meghatározása gyakorlati problémákban.	<i>Földrajz:</i> távolságok, szögek kiszámítása – terepmérési feladatok. <i>Fizika:</i> lejtőn mozgó testre ható erők kiszámítása.
---	--

Bizonyításokban egyszerű gondolatmenet követése. Számológép használata.		
Szögfüggvények közötti összefüggések (pitagorasz, tört és reciprok összefüggés, pótszög és mellékszög szögfüggvényei). Trigonometrikus függvények. Összefüggések a szögfüggvények között. A trigonometrikus azonosságok megértése, használata, az alkalmas összefüggés megtalálása. Függvénytáblázat használata feladatok megoldásában.		<i>Fizika:</i> harmonikus rezgőmozgás, hullámmozgás leírása. <i>Informatika:</i> számítógépes program használata.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Hegyesszögek szögfüggvényei.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Sorozatok	Órakeret 23 óra
Előzetes tudás	Számtani sorozat, mértani sorozat fogalma, egyszerű alapösszefüggések.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A hétköznapi életben és a matematikai problémákban a sorozattal leírható mennyiségek felismerése. Sorozatok megadási módszereinek alkalmazása. Összefüggések, képletek hatékony alkalmazása.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
A sorozat fogalma, megadása, ábrázolása. Sorozat megadása rekurzióval – Fibonacci-sorozat. <i>Matematikatörténet:</i> Fibonacci.		<i>Informatika:</i> algoritmusok.
Számítási sorozat. A számítási sorozat n -edik tagja. A számítási sorozat első n tagjának összegének kiszámítási módja, annak bizonyítása A számítási közép tulajdonság. Számítási feladatok a számítási sorozat felismerésére, az összefüggések alkalmazására. Szöveges feladatok gyakorlati alkalmazásokkal. <i>Matematikatörténet:</i> Gauss.		
Mértani sorozat. A mértani sorozat n -edik tagja. A mértani sorozat első n tagja összegének kiszámítási módja, annak bizonyítása. Számítási feladatok a mértani sorozat felismerésére, az összefüggések alkalmazására. Szöveges feladatok gyakorlati alkalmazásokkal. Exponenciális folyamatok a természettudományban és a társadalomtudományokban.		<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz, történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> exponenciális folyamatok.
Gyakorlati alkalmazások – kamatszámítás. Pénzügyi alapfogalmak – kamatos kamat, törlesztőrészlet, hitel, THM, gyűjtőjáradék.		<i>Földrajz:</i> világgazdaság – hitel – adósság – eladósodás.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Sorozat, számítási sorozat, mértani sorozat, kamatos kamat.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Koordinátageometria	Órakeret 29 óra
Előzetes tudás	Koordináta-rendszer, vektorok, vektorműveletek megadása koordinátákkal. Helyvektor, szabadvektor. Ponthalmazok koordináta-rendszerben. Függvények ábrázolása. Elsőfokú, másodfokú egyenletek, egyenletrendszerek megoldása.	

A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Elemi geometriai ismeretek megközelítése új eszközzel. Geometriai problémák megoldása algebrai eszközökkel. Számítógép használata.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Két pont távolsága. A Pitagorasz-tétel alkalmazása. Vektor abszolútértékének kiszámítása.		
Szakasz felezőpontjának koordinátái. Elemi geometriai ismeretek alkalmazása, vektorok használata, koordináták-kiszámolása.		<i>Fizika:</i> alakzatok tömegközéppontja.
Az egyenes iránytangenses egyenlete: Az egyenes helyzetét meghatározó egyenlet két esete, és jellemző adatai: irányszög, iránytangens. A jellemzők közötti kapcsolat értése, használata.		<i>Fizika:</i> mérések értékelése.
Két egyenes párhuzamosságának és merőlegességének vizsgálata a meredekség alkalmazásával. Geometriai feladatok megoldása algebrai eszközökkel. A feladathoz alkalmas egyenlet típus kiválasztása. Két egyenes metszéspontja. Egyenletrendszerek megoldási módszereinek felidézése. Pont és egyenes távolsága.		<i>Informatika:</i> számítógépes program használata.
A kör egyenlete. Kör egyenletének felírása a középpont és a sugár ismeretében. Kör és egyenes kölcsönös helyzete. Egy első és egy másodfokú egyenletből álló, kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása. A diszkrimináns vizsgálata, diszkusszió.		<i>Informatika:</i> számítógépes program használata.
Ponthalmazok a koordinátasíkon. Egyenlőtlenséggel megadott egyszerű feltételek vizsgálata, ábrázolása.		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Vektor, irányszög, iránytényező (iránytangens).	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5. Gondolkodási módszerek, halmazok, kombinatorika	Órakeret 8 óra
Előzetes tudás	Matematikai állítások elemzése, igaz és hamis állítások. Skatulyaelv, logikai szita. Sorbarendezeési és kiválasztási feladatok. Esetsztévválasztás.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Kombinatorikai módszerek alkalmazása a matematika különböző területein, felfedezésük a hétköznapi problémákban.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Összeszámlálási feladatok, vegyes kombinatorikai feladatok. Jelek használata: $n!$, $\binom{n}{k}$. Binomiális együtthatók néhány alapvető tulajdonsága. Pascal-háromszög vizsgálata, állítások, sejtések megfogalmazása, igazolása. <i>Matematikatörténet:</i> Blaise Pascal, Erdős Pál.		<i>Biológia-egészségtan:</i> genetika.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Binomiális együttható.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	6. Statisztika, valószínűség	Órakeret 11 óra
Előzetes tudás	Adatok elemzése, táblázatok, grafikonok használata. Terjedelem, átlag, medián, módusz, szórás. Klasszikus valószínűségi modell.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A valószínűség fogalmának bővítése, mélyítése. Adatgyűjtés és rendszerezés adott cél érdekében. Adatok statisztikai jellemzése a tanult fogalmak ismeretében. Box-plot diagram értelmezése és alkalmazása (kvartilisek ismerete, alkalmazása). A kombinatorikai ismeretek alkalmazása valószínűség meghatározására. Manipulált grafikonok felismerése. Nagy adathalmazok kezelése digitális eszközökkel.	
Ismeretek és fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Statisztikai mintavétel. Mintavétel visszatevéssel, visszatevés nélkül. Ismeretek mozgósítása: a minta terjedelme. Átlag, medián, módusz, szórás. Adathalmazok és statisztikai jellemzőik szemléltetése: Sodrófa diagram (box-plot) és más diagramok készítése, értelmezése, kvartilisek kiszámítása, értelmezése. Közüvélemény-kutatás. Minőségellenőrzés.		<i>Informatika:</i> táblázatkezelő, adatbáziskezelő program használata. <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> választások. <i>Földrajz:</i> statisztikai évkönyv.

Véletlen jelenségek megfigyelése. A modell és a valóság kapcsolata. Klasszikus valószínűségi modell. A tanult kombinatorikai módszerek használata. A valószínűség becslése, számolása. <i>Matematikatörténet:</i> Pólya György, Rényi Alfréd, Erdős Pál.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Valószínűség. A valószínűség klasszikus modellje. Box-plot, kvartilis

A fejlesztés várt eredményei a 11. évfolyam végén	<i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i> – A kombinatorikai problémához illő módszer önálló megválasztása. – Bizonyított és nem bizonyított állítás közötti különbség megértése. – Feltétel és következmény biztos felismerése a következtetésben. – Szövegértés: a szövegben található információk önálló kiválasztása, értékelése, rendezése problémamegoldás céljából. – A szöveghez illő matematikai modell elkészítése. <i>Számelmélet, algebra</i> – A kiterjesztett gyök- és hatványfogalom ismerete. – A logaritmus fogalmának ismerete, alkalmazása számítási feladatokban. – A gyök, a hatvány és a logaritmus azonosságainak alkalmazása konkrét esetekben probléma megoldása céljából. – Exponenciális egyenletek megoldása, ellenőrzése. – A számológép biztos használata. <i>Geometria</i> – Vektorok a koordináta-rendszerben, helyvektor, vektorkoordináták ismerete. – Hegyesszögek-szögfüggvényeinek értelmezése, számolás szögfüggvényekkel. Szögfüggvények közötti összefüggések ismerete. Trigonometrikus Pitgorasz-tétel ismerete és alkalmazása, alkalmazás területszámításban. – Jártasság a háromszögek segítségével megoldható problémák önálló kezelésében, szinusztétel, koszinusztétel alkalmazása. – Valós problémákhoz geometriai modell alkotása. – A geometriai és az algebrai ismeretek közötti kapcsolódás elemeinek ismerete: távolság számítása a koordináta-rendszerben, kör és egyenes egyenlete, geometriai feladatok algebrai megoldása. <i>Függvények, az analízis elemei</i> – Az exponenciális függvények értelmezése, ábrázolása, jellemzése. – Exponenciális folyamatok matematikai modelljének használata. – A számtani és a mértani sorozat ismerete, feladatokban való alkalmazása.
---	--

	–Pénzügyi alapfogalmak ismerete, pénzügyi számítások megértése, reprodukálása, kamatos kamatszámítás elvégzése. <i>Valószínűség, statisztika</i> –Statisztikai mutatók használata adathalmaz elemzésében, szemléltetési lehetőségek választása, box-plot diagram és a szükséges kvartilisek magabiztos használata, értelmezése, hibás grafikonok felismerése. –A valószínűség matematikai fogalma, klasszikus kiszámítási módjának alkalmazása. –Mintavétel és valószínűség kapcsolata, alkalmazása.
--	---

12. évfolyam

Óraszám: 112 óra/év
4 óra/hét

Az éves óraszám felosztása

Sorszám	Témakör	Óraszám
1.	Gondolkodási műveletek, halmazok, matematikai logika, gráfok	32 óra
2.	Valószínűségszámítás, statisztika	17 óra
3.	Felszín-, és térfogatszámítás	20 óra
4.	Algebra, számelmélet(rendszerező összefoglalás)	12 óra
5.	Függvény, sorozat (rendszerező összefoglalás)	12 óra
6.	Geometria, mérés (rendszerező összefoglalás)	12 óra
	Érettségi feladatok gyakorlása	4 óra
	Összefoglalás, számonkérés	3 óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, gráfok	Órakeret 32 óra
Előzetes tudás	Matematikai állítások elemzése, igaz és hamis állítások. Logikai műveletek: NEM, ÉS, VAGY. Skatulyaelv, logikai szita. Sorbarendezi és kiválasztási feladatok, gráf használata feladatmegoldásban. Gráf, csúcs, él, foksám.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Kombinatorikai és gráfelméleti módszerek alkalmazása a matematika különböző területein, felfedezésük a hétköznapi problémákban.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Matematikai logika Logikai műveletek: negáció, konjunkció, diszjunkció, implikáció, ekvivalencia. A köznap szóhasználat és a matematikai szóhasználat összevetése. Logikai és halmazelméleti műveletek kapcsolata. <i>Matematikatörténet:</i> Varga Tamás, Pólya György.		

Gráfok Gráfelméleti alapfogalmak: csúcs, él, foksám. Gráfok alkalmazása leszámolási feladatokban – rendszerező ismétlés. Foksámok összegére és élek számára vonatkozó összefüggések ismerete, alkalmazása. <i>Matematikatörténet:</i> Euler.		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Negáció, konjunkció, diszjunkció, implikáció, ekvivalencia. Fagráf, körgráf, egyszerű gráf, összefüggő gráf, teljes gráf. Foksám.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Statisztika, valószínűség	Órakeret 17 óra
Előzetes tudás	Adatok elemzése, táblázatok, grafikonok használata. Terjedelem, átlag, medián, módusz, szórás. Klasszikus valószínűségi modell.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A valószínűség fogalmának bővítése, mélyítése. A kombinatorikai ismeretek alkalmazása valószínűség meghatározására.	
Ismeretek és fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok

Statisztikai mintavétel. Mintavétel visszatevéssel, visszatevés nélkül. Ismeretek mozgósítása: a minta terjedelme. Átlag, medián, módusz, szórás. Közüvélemény-kutatás. Minőségellenőrzés.	<i>Informatika:</i> táblázatkezelő, adatbáziskezelő program használata. <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> választások. <i>Földrajz:</i> statisztikai évkönyv.
Véletlen jelenségek megfigyelése. Szerencsejátékok elemzése. Véletlen jelenségek számítógépes szimulációja. Klasszikus valószínűségi modell. A tanult kombinatorikai módszerek használata. Geometriai valószínűség. <i>Matematikatörténet:</i> Pólya György, Rényi Alfréd, Erdős Pál.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Valószínűség. A valószínűség klasszikus modellje.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Térgeometria, felszín, térfogat	Órakeret 20 óra
Előzetes tudás	Tételek illeszkedése, távolsága, szöge. Térbeli testek jellemzői: csúcs, lap, átló, felszín, térfogat.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A korábban kísérletezéssel, méréssel, szemlélet alapján megszerzett ismeretek mélyítése, elméleti háttérük megteremtése. A térszemlélet, az esztétikai érzék fejlesztése.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Tételek. Két kitérő egyenes hajlásszöge. Síkra merőleges egyenes. Egyenes és sík hajlásszöge. Két sík hajlásszöge. Pont távolsága síktól. Két párhuzamos sík távolsága.		<i>Vizuális kultúra:</i> axonometria.

Két kitérő egyenes távolsága. A fogalmak bemutatása modelleken és a környezetünk tárgyain. Modellezőkészletek használata. Digitális technikák használata térbeli ábrák megjelenítéséhez.		
Kerület- és területszámítás eddig tanult részeinek áttekintése. Síkidomok kerülete, területe. Képi emlékezés, ismeretek felidézése. Képzeletben történő mozgatás, átdarabolás, szétvágás.		
Testek, szabályos testek. Térbeli modellek használata, készítése. Számítógép használata ábrázoláshoz. Ábrakészítés térbeli testekről.		<i>Informatika:</i> számítógépes szimulációs program használata.
A térfogatszámítás alapelvei. Mérőszám és mértékegység.		
Egyenes hasáb felszíne, térfogata. Forgáshenger felszíne, térfogata. Az összefüggések alkalmazása változatos térgeometriai feladatokban, gyakorlati alkalmazások.		<i>Informatika:</i> számítógépes program használata.
A kúp felszíne, térfogata. A közelítés szemléletes fogalma. Csonkagúla, csonkakúp. A csonkagúla, csonkakúp térfogata és felszíne. A hasonlóság alkalmazása. A gömb térfogata és felszíne. Térgeometriai ismeretek alkalmazása. <i>Matematikatörténet:</i> Cavalieri.		<i>Vizuális kultúra:</i> építészet. <i>Biológia-egészségtan:</i> keringéssel kapcsolatos számítási feladatok.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Felszín, térfogat, hengerszerű test, kúpszerű test, csonkagúla, csonkakúp.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Rendszerező összefoglalás	Órakeret 43 óra
--	----------------------------------	----------------------------

Előzetes tudás	A 4 év matematika anyaga.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása az egyes témakörökben. A megoldási módszerek tudatosítása, a problémákban alkalmazható közös modellek, számítási-bizonyítási módszerek keresése. Az ismeretek gyakorlati problémákra való alkalmazása. A matematika épülésének folyamatába történő betekintés a matematikatörténet néhány fejezetének, nagy egyéniségének megismerésével.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<i>Gondolkodási módszerek.</i> Halmazok. Számhalmazok. A halmazok alkalmazási területei a matematika különböző ágaiban. A halmazok szemléltetésre, az összefüggések áttekintésére, közös tulajdonságok kiemelésére való használata. A valós számok halmaza fogalmának megerősítése, a számkörbővítés lépéseinek az áttekintése. Logikai ismeretek. A matematikai szövegek helyes értelmezése. Pontos fogalmazásra való törekvés, a definíciókban, tételekben szereplő feltételek szerepének, jelentésének tudatosítása. A logikai műveletek során a bizonyítások, feladatmegoldások tudatos alkalmazása. A matematikában tanult módszerek. A bizonyítási módszerek rendszerezése feladatokon, gyakorlati alkalmazásokon keresztül: a direkt, indirekt bizonyítás, logikai szita formula, skatulyaelv. Kombinatorika, gráfelmélet. A sorbarendezési és leszámolási feladatok alaptípusainak felismerése – gráfok alkalmazása a problémamegoldás során.		
<i>Számelmélet, algebra. (23 óra)</i> Számhalmazok. A valós számok halmazán értelmezett műveletek, műveleti tulajdonságok biztonságos használata. Az eredmények várható értékének becslése – annak vizsgálata, hogy reális-e az eredményünk. Algebrai alapfogalmak, azonosságok. Átalakítások algebrai kifejezésekkel. A zsebszámológép használata.		

Egyenletek, egyenletrendszerek, egyenlőtlenségek. Változatos módszerek alkalmazása, többféle megoldás keresése. Gyakorlati problémákat tartalmazó szöveges feladatok megoldása. A különböző témakörökhöz tartozó problémák közötti kapcsolatok észrevétele. Adott egyenlethez illő megoldási módszer önálló kiválasztása.	
<i>Geometria. (19 óra)</i> Mérés és mérték. A hosszúság -, terület -, térfogatmérés, a szögmérés fontos kérdése: mi a problémához illő egység, milyen pontosan adjuk meg az eredményt. A geometriai szerkesztések. Megengedett szerkesztési lépések és eszközök használata. A geometriai transzformációk. A geometriai transzformációk előfordulásainak keresése környezetünkben. A szimmetria és a harmónia észrevétele a művészetekben. A háromszögekre vonatkozó ismeretek. A négyszögekre, sokszögekre vonatkozó ismeretek. Körre vonatkozó ismeretek. Az alakzatok tulajdonságainak, nevezetes vonalainak felidézése, az absztrakciós készség fejlődése. Trigonometria. Vektorok, koordináta geometria. A trigonometria és a koordináta geometria a geometriai és az algebrai készségeket együtt fejleszti.	
<i>Sorozatok, függvények. (14 óra)</i> Függvények grafikonjai, jellemzésük. Függvénytranszformációk. Függvények a matematikában, a természettudományokban és hétköznapijainkban. Számtani és mértani sorozat, kamatos kamatszámítás.	<i>Informatika:</i> számítógépes program használata.
<i>Statisztika, valószínűség.</i> Adatsokaságok elemzése. Véletlen jelenségek vizsgálata.	<i>Informatika:</i> táblázatkezelő, adatbáziskezelő program használata.

Vélemények megbeszélése, érvelés, sejtések megfogalmazása, azok elfogadása vagy elvetése. A valószínűség és a statisztika törvényei érvényesülésének felfedezése a termelésben, a pénzügyi folyamatokban, a társadalmi folyamatokban.	
<i>Tudománytörténeti és matematikai érdekességek, neves matematikusok.</i> Néhány matematikatörténeti szemelvény. A matematikatörténet néhány érdekes problémájának áttekintése. Pl. nem euklideszi geometria – Bolyai János, Bolyai Farkas; nagy Fermat-tétel, számítógépek fejlődése – Neumann János... A matematika néhány filozófiai kérdése. A matematika fejlődésének külső és belső hajtóerői. Néhány megoldatlan és megoldhatatlan probléma.	<i>Informatika:</i> könyvtárhasználat, internethasználat.

A fejlesztés várt eredményei a 12. évfolyam tananyagának végén	<i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i> – Bizonyított és nem bizonyított állítás közötti különbség megértése. – Feltétel és következmény biztos felismerése a következtetésben. – Szövegértés: a szövegben található információk önálló kiválasztása, értékelése, rendezése problémamegoldás céljából. – A szöveghez illő matematikai modell elkészítése. – A gráfok eszköz jellegű használata probléma megoldásában. <i>Térgeometria</i> – Térbeli viszonyok, testek felismerése, geometriai modell készítése. – Hosszúság, szög, kerület, terület, felszín és térfogat kiszámítása. <i>Valószínűség, statisztika</i> – Mintavétel és valószínűség kapcsolata, alkalmazása.
A fejlesztés várt eredményei a tanulmányok végén	A matematikai tanulmányok végére a tanulók önállóan tudjanak megoldani matematikai problémákat. Kombinatív gondolkodásuk fejlődésének eredményeként legyenek képesek többféle módon megoldani matematikai feladatokat. Fejlődjön a bizonyítási, diszkussziós igényük olyan szintre, hogy döntési helyzetekben tudjanak reálisan dönteni (pl. gazdasági, pénzügyi kérdésekben). Feladatmegoldásokban rendszeresen használják a számológépet, elektronikus eszközöket.

	Tudjanak a síkban, térben tájékozódni, az ilyen témájú feladatok megoldásához célszerű ábrákat készíteni. A feladatmegoldások során helyesen használják a tanult matematikai szakkifejezéseket, jelöléseket. A tanulók váljanak képessé a pontos, kitartó, fegyelmezett munkára, törekedjenek az önellenőrzésre, legyenek képesek várható eredmények becslésére. A helyes érvelésre szoktatással fejlődjön a tanulók kommunikációs készsége. Rendelkezzenek alapvető matematika kultúrtörténeti ismeretekkel, ismerjék a legnagyobb matematikusok felfedezéseit, legyen rálátásuk a magyar matematikusok eredményeire.
--	---

Matematika (7-12. évfolyam)

Hat évfolyamos gimnáziumi képzés

A hat évfolyamos gimnáziumi képzésben a matematika tanulása-tanítása során a tudástartalmak fokozatosan válnak egyre elvontabbá. A konkrét tárgyi tevékenységekből indulva a képi szemléltetések, ábrázolások mellett egyre inkább megjelennek a szimbolikus modellek. A tanuló a fogalmak, jelenségek elemzése útján eljut azok megértésen alapuló meghatározásához, a definíciók előkészítése során tulajdonságokat, sejtéseket fogalmaz meg, s kialakul a megoldást alátámasztó indoklás igénye. Felismeri a matematika kisebb egységeinek belső struktúráját.

A 7–8. évfolyamon a tanítás fő módszere a felfedeztetés, a konkrét tevékenységből, játékból, hétköznapi szituációból fakadó indukció. A tanuló konkrét helyzetek megoldására modelleket, stratégiákat alkalmaz és alkot, ezáltal fejlődik problémamegoldó és problémaalkotó képessége.

A 9. évfolyamtól kezdődően hangsúlyosabbá válik a tanuló önálló, rendszerezett, logikus gondolkodásának fejlesztése. A spirális felépítésnek megfelelően – a korábbi képzési szakaszok során megszerzett készségekre, képességekre és ismeretekre alapozva – egyre absztraktabb formában épül fel a matematika belső struktúrája (fogalmak definíciója, tételek, bizonyítások).

Jól megválasztott problémák tárgyalása során válik a tanulók számára is szükségessé az új fogalmak bevezetése és pontos definiálása. Tanári irányítással a tételek, általános összefüggések is felfedeztetethetők. Ezen folyamat során fejlődik a tanulók szintetizáló és modellalkotó képessége. A felfedezett tételek és összefüggések egy része bizonyítás nélkül is gyarapítja a matematikai eszköztárat. A bizonyítások, indoklások önálló felfedezése fejleszti a tanulók érvelési képességét, mérlegelő gondolkodását. Néhány tétel bizonyítása elengedhetetlen része a matematika tanításának, hiszen a bizonyításokon keresztül mutatható meg a matematika logikus és következetes felépítése.

A matematikai játékok, logikai feladványok fejlesztik a stratégiaalkotást, az algoritmikus gondolkodást, a kreativitást és a gondolkodás rugalmasságát. A kombinatív képességek területén a lehetőségek strukturált felsorolásából fokozatosan kialakulnak a rendszerezést segítő konkrét eszközök, stratégiák alkalmazásának készségei.

A matematika a maga hagyományos és modern eszközeivel segítséget ad a természettudományok, az informatika, a technika és a humán tanulási területek ismeretanyagának tanulmányozásához, a mindennapi problémák, a természeti és a gazdasági folyamatok értelmezéséhez és kezeléséhez. A tanulók megtapasztalják a matematika alkalmazhatóságát, hasznosságát.

A tanuló társaival közösen tervez és hajt végre kooperatív tevékenységeket, projekteket. A közös munkában érvel, képes a vitára, az érvei ütköztetésére. Mérlegeli és kontrollálja mind a társai, mind a saját véleményét.

Az új fogalmak, magasabb szintű absztrakciót igénylő tudástartalmak bevezetésekor az egyéni adottságokhoz, ismeretekhez alkalmazkodó differenciálás biztosítja a megfelelő tempójú haladást annak a tanulónak, akinél ezek a lépések hosszabb időt, több szemléltetést igényelnek. Ezzel a lassabban haladó tanuló sem veszíti el érdeklődését a matematika iránt.

A tanuló digitális eszközöket, a tanulást, a szemléltetést, a tapasztalatszerzést és a felfedezést segítő szoftvereket, digitális információforrásokat használ, a matematika alkalmazását segítő számítógépes programokat ismer meg. Aktív résztvevője a tanulási-tanítási folyamatnak, ami lehetővé teszi azon kompetenciáinak és tervezési stratégiáinak a fejlődését, amelyek segítik a mai gyorsan változó világban való eligazodást és a különböző élethelyzetekben előforduló problémák megoldását.

7-8. évfolyam

A 7–8. évfolyamon a korábbinál nagyobb hangsúlyt kap az elvonatkoztatás és az absztrakció képességének fejlesztése, miközben továbbra is megmarad a szemléltetés és az eszközök használata. Elvárható a tapasztalatok általános megfogalmazása, a mindennapi életből vett szöveges problémák matematikai szempontú értelmezése, a megsejtett összefüggések indoklásának igénye és a tanult matematikai fogalmakat megnevező szakkifejezések helyes használata. Fejlődik a vitatkozás és az érvelés kultúrája az osztálytársakkal és a szaktanárral.

A 7–8. évfolyamon továbbra is tematikus elrendezésben követik egymást az egyes fejezetek, az egyes területek ismeretanyaga jelen van más témakörökben is, folyamatosan gazdagítva a szakmai eszköztárat. A szöveggel megfogalmazott hétköznapi és matematikai problémák megoldása tervek, vázlatok alapján, általánosabb eljárási módokat, gyakran algoritmusokat alkalmazva történik.

Az ismeretek bővülésével lehetővé válik a más tantárgyakhoz való kapcsolódás, a kitekintés lehetősége, a témák rendszerezése, több területen való megjelenése. A nevelési-oktatási szakasz során egyre komplexebbé válik a szemléletmód.

A szemléltetést, a megértést, az órai vagy házi feladatok megoldását és a gondolatmenet bemutatását a tanulók által használható digitális eszközök, szoftverek és online felületek is támogatják.

	7.évfolyam	8. évfolyam	összes
Halmazok, számhalmazok	12	11	21
Matematikai logika, kombinatorika, gráfok	0	13	16
Számelméleti ismeretek, hatvány, négyzetgyök	23	15	37
Arányosság, százalékszámítás	18	6	20
Szöveges feladatok előkészítése, algebrai ismeretek	9	12	21
Szöveges feladatok	12	22	33
A függvény fogalmának előkészítése	2	8	10
Síkbeli alakzatok	32	11	43
Transzformációk, szerkesztések	15	5	20
Térgeometria	13	9	22
Leíró statisztika	0	12	12
Valószínűség-számítás	0	12	12
Összesen	136	136	272

TÉMAKÖR: Halmazok, számhalmazok

JAVASOLT ÓRASZÁM: 12 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- elemeket halmazba rendez több szempont alapján;
- részhalmazokat konkrét esetekben felismer és ábrázol;
- számokat, számhalmazokat, halmazműveleti eredményeket számegyenesen ábrázol;
- véges halmaz kiegészítő halmazát (komplementerét), véges halmazok közös részét (metszetét), egyesítését (unióját) képezi és ábrázolja konkrét esetekben;
- ismeri a racionális számokat, tud példát végtelen nem szakaszos tizedes törtre.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Halmazokba rendezés több szempont szerint
- Halmazábra készítése
- Számok, számhalmazok, halmazműveleti eredmények szemléltetése számegyenesen
- Részhalmazok felismerése és ábrázolása konkrét esetekben
- Véges halmaz kiegészítő halmazának (komplementerének), véges halmazok metszetének és uniójának megállapítása ábrázolás segítségével konkrét esetekben
- Természetes számok, egész számok, racionális számok halmazának ismerete, halmazábrájuk elkészítése
- Véges és végtelen szakaszos tizedes törtek ismerete
- Példa végtelen nem szakaszos tizedes törtre
- Intervallumok szemléltetése számegyenesen

- Részhalmazok számának meghatározása konkrét esetekben
- Véges halmazok különbségének megállapítása ábrázolás segítségével konkrét esetekben

FOGALMAK

kiegészítő halmaz (komplementer), metszet, unió, természetes szám, egész szám, racionális szám, véges, végtelen szakaszos és végtelen nem szakaszos tizedes tört alaphalmaz, halmazok különbsége, intervallum

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Konkrét elemek válogatása több adott tulajdonság szerint
- Egy konkrét válogatás szempontjainak felfedeztetése
- Konkrét halmaz elemeiből 1, 2, ... elemű részhalmazok képzése
- Legfeljebb 4 elemű halmaz esetén az összes részhalmaz előállítása
- Példák és ellenpéldák mutatása részhalmazra, például $A=\{\text{paralelogrammák}\}$ halmaz részhalmaza $B=\{\text{rombuszok}\}$, nem részhalmaza $C=\{\text{deltoidok}\}$
- Konkrét elemek szétválogatása adott tulajdonság és a tagadása szerint, például az osztály tanulói közül az iskolától legfeljebb 1 km-re élők és a távolabb lakók
- Konkrét elemek két-három tulajdonság szerinti válogatása során a mindegyik tulajdonsággal rendelkező elemek, a pontosan egy tulajdonsággal, a pontosan két tulajdonsággal és az egyetlen tulajdonsággal sem rendelkező elemek elhelyezése a halmazábrán
- A legalább egy tulajdonsággal rendelkező elemek felsorolása
- Logikai szita megtagasztalása, például 5 piros meg 4 kör összesen 7 elem a logikai készletből
- Csoportmunkában különböző közönséges törtek átírása úgy, hogy minden lehetséges tizedes tört típus alakja előforduljon; a tapasztalatok megbeszélése, irányított összegzése
- Játék makaó jellegű kártyával: törtek különböző alakjainak keresése
- Számhalmazok megjelenítése relációkkal, intervallum jelöléssel és számegyenesen
- Legfeljebb 4 elemű halmaz esetén az összes részhalmaz számának meghatározása; kitekintés az általánosítás felé
- Konkrét elemek két-három tulajdonság szerinti válogatása során a pontosan egy tulajdonsággal rendelkező elemek és a különbség művelet kapcsolatának bemutatása a halmazábrán

TÉMAKÖR: Matematikai logika, kombinatorika, gráfok

JAVASOLT ÓRASZÁM: 16 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- igaz és hamis állításokat fogalmaz meg;
- tanult minták alapján néhány lépésből álló bizonyítási gondolatsort megért és önállóan összeállít;
- a logikus érvelésben a matematikai szaknyelvet következetesen alkalmazza társai meggyőzésére;
- összeszámlálási feladatok megoldása során alkalmazza az összes eset áttekintéséhez szükséges módszereket;
- konkrét szituációkat szemléltet gráfok segítségével.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Igaz és hamis állítások felismerése, önálló megfogalmazása
- A matematikai logika egyszerű, a korosztály számára érthető szakkifejezéseinek ismerete és használata
- Egyszerű stratégiai és logikai játékok
- Konkrét helyzethez kötött sorba rendezési problémák megoldása kör mentén is
- Konkrét helyzethez kötött kiválasztási problémák megoldása a sorrend figyelembevételével és anélkül
- Az összes eset összeszámlálása során rendszerezési sémák használata: táblázat, ágrajz, szisztematikus felsorolás
- Gráfok alkalmazása konkrét szituációk szemléltetésére

FOGALMAK

„minden”, „van olyan”, gráf, gráf csúcsa, gráf éle
 „ha ..., akkor ...”, sejtés, módszeres próbálkozás, cáfolat

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- „Bíróági tárgyalás” játék
- „Einstein-fejtörő” típusú játék
- „Rontó” játék
- NIM játék; táblás játékok
- Az osztályteremben néhány tanuló feltételekkel vagy anélkül való elhelyezkedési lehetőségeinek lejátszása, összeszámlálása kör mentén, fal mellett
- Golyók sorba rendezése (lehetnek köztük egyformák is)
- Ábrák színezése, színezési lehetőségek összeszámlálása
- Lehetséges útvonalak összeszámlálása
- Fagylalt vásárlása kehelybe vagy tölcsérbe
- Számkártyás feladatok megoldása
- Gráfok alkalmazása kézfogások, köszöntések, körmérkőzések (visszavágóval vagy anélkül), családfák, ismeretségek szemléltetésére, különböző feltételek szerinti esetszétválasztás áttekintésére
- Logikai készlet épülésének szemléltetése gráffal

TÉMAKÖR: Számelméleti ismeretek, hatvány, négyzetgyök

JAVASOLT ÓRASZÁM: 22 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri a Pitagorasz-tételt és alkalmazza számítási feladatokban.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri a prímszám és az összetett szám fogalmakat; el tudja készíteni összetett számok prímtényezőss felbontását 1000-es számkörben;
- meghatározza természetes számok legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét;
- pozitív egész számok pozitív egész kitevőjű hatványát kiszámolja;
- négyzetszámok négyzetgyökét meghatározza.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Prímszámok, összetett számok kiválasztása a természetes számok közül
- Összetett számok prímtényező felbontásának ismerete és alkalmazása 1000-es számkörben
- Legnagyobb közös osztó és legkisebb közös többszörös meghatározása és alkalmazása
- Pozitív egész számok pozitív egész kitevőjű hatványának alkalmazása: prímtényező felbontás felírása hatványokkal, mértékegységek átváltása, számrendszerek helyi értékeinek felírása
- Négyzetszámok négyzetgyökének kiszámolása
- Relatív prímelek felismerése
- Negatív egész számok pozitív egész kitevőjű hatványának alkalmazása
- 10 pozitív egész kitevőjű hatványainak alkalmazása a helyi érték táblázatban
- Műveletek végzése hatványokkal
- Pozitív egész számok négyzetgyökének egyszerű pontossággal való megadása számológéppel

FOGALMAK

prímszám, összetett szám, prímtényező felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös, hatvány, hatványalap, hatványkitevő, hatványérték, négyzetszám, négyzetszámok négyzetgyöke

relatív prímelek, pozitív egész számok négyzetgyöke

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Eratosthenészi szita alkalmazása prímelek keresésére
- Prímtényező felbontás kirakása színes rudakkal
- Prímtényező felbontás algoritmusának megmutatása
- „Bumm” játék a közös többszörösök felismerésére
- Legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös meghatározása prímtényezővel
- Legnagyobb közös osztó alkalmazása törtek egyszerűsítésére
- Legkisebb közös többszörös alkalmazása közös nevező meghatározására
- Négyzet kirakása kisebb egybevágó négyzetekkel
- Négyzet területéből a négyzet oldalának meghatározása, ha a terület mérőszáma négyzetszám
- „Bumm” játék a relatív prímelek felismerésére
- Triminó a negatív egész számok pozitív egész kitevőjű hatványának alkalmazására
- 10 pozitív egész kitevőjű hatványainak megfigyelése a mértékváltásnál
- Dominó hatványokkal végzett műveletekhez
- Ismerkedés a zsebszámológép hatvány és négyzetgyök funkcióival

TÉMAKÖR: Arányosság, százalékszámítás

JAVASOLT ÓRASZÁM: 18 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén;
- felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben;
- felismeri és megalkotja az egyenes arányosság grafikonját.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri a százalék fogalmát, gazdasági, pénzügyi és mindennapi élethez kötődő százalékszámítási feladatokat megold;
- idő, tömeg, hosszúság, terület, térfogat és űrtartalom mértékegységeket átvált helyi értékes gondolkodás alapján, gyakorlati célszerűség szerint.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Egyenes és fordított arányosság felismerése és alkalmazása konkrét helyzetekben
- Egyenes arányosság grafikonjának megrajzolása
- Valóságos helyzetekhez kötődő százalékszámítás: áremelés, leárazás, egyszerű kamat, keverési feladatok megoldása, levegő összetétele, páratartalom
- Banki ajánlatok (ügyműveletek, számlavezetési, megbízási és tranzakciós díjak) összehasonlításával kapcsolatos feladatok megoldása
- Megtakarítási és hitelfelvételi lehetőségekkel kapcsolatos egyszerű feladatok megoldása
- A fordított arányosság és a mérés kapcsolatának felismerése
- Terület, térfogat, űrtartalom szabványmértékegységeinek ismerete és átváltása

FOGALMAK

fordított arányosság, százalék, terület, térfogat, űrtartalom szabványmértékegységei
aránypár, arányos osztás

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Egyenesen arányos mennyiségpárok keresése például vásárlás, parkettázás, mérés, egyenletes mozgás (megtett út – sebesség, megtett út – menetidő) esetén
- A fordított arányosság megtapasztalása torta, csokoládé egyenlő részekre osztásával
- Fordítottan arányos mennyiségpárok keresése például munkavégzés, mérés, egyenletes mozgás (adott út megtételénél sebesség–menetidő) esetén
- Azonos területű, különböző téglalapok oldalhosszainak megfigyelése, összehasonlítása
- Százalékszámításhoz, arányossághoz kapcsolódó példák gyűjtése reklámújságokból, banki ajánlatokból, más tantárgyak tankönyvi témáiból; csoportmunkában a hozott példák, problémák feldolgozása és bemutatása; a tapasztalatok irányított összegzése
- Projektmunka, például összejövétel, jótékonyági süteményvásár, osztálykirándulás költségvetésének tervezése
- Terület, térfogat, űrtartalom mérése különböző alkalmi, objektív és szabványmértékegységekkel
- Annak megtapasztalása, hogy adott mennyiséget különböző egységekkel mérve a kisebb egységből több, a nagyobb egységből kevesebb szükséges
- A mérőszám változásának megfigyelése a mértékegység átváltása után
- Térfogat és űrtartalom mértékegységei közötti kapcsolat megmutatása, például 1 dm élű üreges kocka feltöltése 1 liter folyadékkal
- **Arányos osztásra vonatkozó ismert „furfangos” feladatok bemutatása, hasonló feladatok készítése önállóan**

TÉMAKÖR: Szöveges feladatok előkészítése

JAVASOLT MINIMUM ÓRASZÁM: 18 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- különböző szövegekhez megfelelő modelleket készít.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- egyszerű betűs kifejezésekkel összeadást, kivonást végez, és helyettesítési értéket számol;
- egy- vagy kéttagú betűs kifejezést számmal szoroz, két tagból közös számtényezőt kiemel;
- egyismeretlenes elsőfokú egyenletet lebontogatással és mérlegelvével megold.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Hétköznapi problémák matematikai tartalmának formalizálása; betűk használata az ismeretlen mennyiségek jelölésére
- Egyszerű betűs kifejezések összeadása, kivonása
- Helyettesítési érték számolása
- Egytagú kifejezések számmal való szorzása
- Kéttagú betűs kifejezés számmal való szorzása
- Két tagból közös számtényező kiemelése
- Egyismeretlenes elsőfokú egyenlet megoldása lebontogatással
- Egyismeretlenes elsőfokú egyenlet megoldása mérlegelvével
- Egyismeretlenes elsőfokú egyenlőtlenség megoldása mérlegelvével

FOGALMAK

változó, együttható, helyettesítési érték, egytagú kifejezés, kéttagú kifejezés, egynemű kifejezés; kiemelés, egyenlet, lebontogatás, mérlegelv
azonosság, egyenlőtlenség, alaphalmaz, megoldáshalmaz

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Adott problémához többféle, ismeretlent tartalmazó műveletsor megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása
- Adott problémához megfelelő, betűt tartalmazó műveletsor megalkotása
- Adott, ismeretlent tartalmazó műveletsorhoz szöveges feladat írása
- „Dominó”, „triminó” játékkal az eredeti kifejezés és az átalakított kifejezés párba állítása
- „Gondoltam egy számot” játék: a tanár néhány műveletből álló műveletssorral számoltatja a gyerekeket az általuk gondolt számmal. A tanulók megmondják a kapott végeredményt, és a tanár „kitalálja” a gondolt számot. A tanár többféle algoritmus után felajánlja a szerepcserét. A fejben alkalmazott lebontogatási stratégia felfedése és formális leírása
- Mérlegelv bevezetése kétkarú mérleg alkalmazásával
- Egyismeretlenes elsőfokú egyenlőtlenség megoldási algoritmusának bemutatása kétkarú mérleg alkalmazásával

TÉMAKÖR: Szöveges feladatok

JAVASOLT ÓRASZÁM: 20 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- különböző szövegekhez megfelelő modelleket készít.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- matematikából, más tantárgyakból és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel vagy egyenlettel megold;
- gazdasági, pénzügyi témájú egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel vagy egyenlettel megold;
- gyakorlati problémák megoldása során előforduló mennyiségeknél becslést végez.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Különböző szövegekhez megfelelő modell készítése (például szakaszos ábrázolás, visszafelé gondolkodás, táblázat, szabadkézi vázlatrajz, betűs kifejezések felírása)
- Matematikából, más tantárgyakból, gazdasági területekről és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatok megoldása következtetéssel vagy egyenlettel
- Ellenőrzés a szövegbe való visszahelyettesítéssel
- Pénzügyi tudatosság területét érintő feladatok megoldása
- Gyakorlati problémák megoldása során előforduló mennyiségek becslése

FOGALMAK

ellenőrzés

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Szöveges feladatok megoldása csoportmunkában „feladatküldéssel”, „szakértői mozaik” alkalmazásával
- Gyűjtőmunka, csoportmunka, projekt készítése pénzügyi tudatosság területét érintő témák feldolgozására, például a háztartások bevételei és kiadásai: munkabér, bruttó bér, nettó bér, adó, kamat, társadalmi jövedelem (családi pótlék, nyugdíj), ösztöndíj, hitel;
- a költségvetés tervezése: háztartási napló, pénzügyi tervezés, egyensúly, többlet, hiány;
- egy tizenéves pénztárcája: zsebpénz, diákmunka, alkalmi jövedelmek, kimutatás a pénzmozgásokról, saját pénzügyi célok, tervek; korszerű pénzkezelés: bankszámla, bankkártyaválasztás, megtakarítások

TÉMAKÖR: A függvény fogalmának előkészítése

JAVASOLT ÓRASZÁM: 12 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben;
- felismeri és megalkotja az egyenes arányosság grafikonját.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- konkrét halmazok elemei között megfeleltetést hoz létre;
- értéktáblázatok adatait grafikusán ábrázolja;
- egyszerű grafikonokat jellemez.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Konkrét megfeleltetések legalább egy lehetséges szabályának megadása
- Egyszerű grafikonok jellemzése: növekedés – csökkenés, szélsőérték, tengelyekkel való metszéspont
- Konkrét halmazok elemei között megfeleltetés létrehozása

- Értéktáblázatok adatainak grafikus ábrázolása
- Az egyenes és a fordított arányosság felismerése konkrét helyzetekben
- Egyenes arányosság grafikonjának felismerése és megalkotása

FOGALMAK

megfeleltetés; egyenes és fordított arányosság; grafikon

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- A tanár által adott megfeleltetés szabályának felismerése
- Páros munkában saját szabály alkotása és felismertetése a társsal
- A megfeleltetések szabályainak megbeszélése, érdekességek megfigyelése
- Grafikonok gyűjtése reklámújságokból, banki ajánlatokból, más tantárgyak tankönyvi témáiból; csoportmunkában a hozott grafikonok jellemzése és bemutatása (plakát készítése); a tapasztalatok irányított összegzése
- Az egyenes és fordított arányosság mint speciális megfeleltetés bemutatása, az összetartozó értékpárok grafikus ábrázolása
- Különböző grafikonok közül az egyenes és a fordított arányosság grafikonjának kiválasztása

TÉMAKÖR: Síkbeli alakzatok

JAVASOLT ÓRASZÁM: 24 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri a négyszögek tulajdonságait: belső és külső szögek összege, konvex és konkáv közti különbség, átló fogalma;
- ismeri a speciális négyszögeket: trapéz, paralelogramma, téglalap, deltoid, rombusz, húrtrapéz, négyzet;
- ismeri a speciális négyszögek legfontosabb tulajdonságait, ezek alapján elkészíti a halmazábrájukat;
- a háromszögek és a speciális négyszögek tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában;
- meghatározza háromszögek és speciális négyszögek kerületét, területét;
- ismeri a Pitagorasz-tételt és alkalmazza számítási feladatokban;
- ismeri a kör részeit; különbséget tesz egyenes, félegyenes és szakasz között.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Háromszögek külső szögeinek összege
- Négyszögek tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: belső és külső szögek összege, konvex és konkáv közti különbség, átló fogalma
- A speciális négyszögek (trapéz, paralelogramma, téglalap, deltoid, rombusz, húrtrapéz, négyzet) felismerése és legfontosabb tulajdonságaik megállapítása ábra alapján; alkalmazásuk; halmazábra
- Háromszögek, speciális négyszögek kerületének, területének kiszámítása ábra alapján átdarabolással és tanult összefüggéssel; alkalmazások
- Pitagorasz-tétel ismerete és alkalmazása
- Körrel kapcsolatos fogalmak ismerete

- Ismerkedés a háromszög néhány nevezetes vonalával: oldalfelező merőleges, szögfelező, magasságvonal
- Szabályos sokszögek legfontosabb tulajdonságainak megállapítása ábra alapján
- Pitagoraszí számhármakok

FOGALMAK

négyszög, konvex, konkáv, átló, trapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, húrtrapéz, körvonal, körlap, középpont, sugár, húr, átmérő, szelő, érintő, körcikk
háromszög oldalfelező merőlegese, szögfelezője, magasságvonala, szabályos sokszög

Javasolt tevékenységek

- Párhuzamos szélű papírcsíkból négyszögek nyírása; a keletkező négyszögek csoportosítása; annak megfigyelése, hogy hogyan kell nyírni, hogy téglalapot kapjunk; téglalapból négyzet nyírása, négyzetből téglalap nyírása
- Papír négyszögek hajtogatásával, síktükör alkalmazásával szimmetriatulajdonságok megfigyelése; tulajdonságok gyűjtése páros munkában, a párok megoldásainak bemutatása; a tapasztalatok irányított összegzése, halmazábra készítése
- Négyszögeket tartalmazó készletekből adott szempontoknak megfelelő elemek válogatása
- „Rontó” játék speciális négyszögekkel
- Papírból készült háromszögek, speciális négyszögek átdarabolásának megmutatása
- Gyakorlati számolási feladatok megoldása, például papírsárkány készítéséhez szükséges papír területének becslése, számolása
- Matematikatörténeti vonatkozások gyűjtése, tanulói kiselőadás tartása
- Derékszög kijelölése csomós kötéllal
- Pitagoraszí számhármakok keresése
- Háromszögelési probléma megoldása derékszögű háromszöggel az osztályteremben, az iskola épületében és a játszótéren
- „Körjáték”: jelzésre labda gurítása húr mentén, átmérő mentén, sugár mentén
- A háromszög oldalfelező merőlegeseinek, szögfelezőinek, magasságvonalainak megszerkesztésével sejtések megfogalmazása a nevezetes pontokról és azok elhelyezkedéséről
- Csoportmunka, projekt készítése a szabályos sokszögek legfontosabb tulajdonságainak bemutatására
- Matematikatörténeti kutatómunka a pitagoraszí számhármakokról

TÉMAKÖR: Transzformációk, szerkesztések

JAVASOLT ÓRASZÁM: 18 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- megszerkeszti alakzatok tengelyes és középpontos tükörképét;
- geometriai ismereteinek felhasználásával pontosan szerkeszt több adott feltételnek megfelelő ábrát;
- felismeri a kicsinyítést és a nagyítást hétköznapi helyzetekben;
- ismer és használ dinamikus geometriai szoftvereket, tisztában van alkalmazási lehetőségeikkel.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Középpontos tükrözés ismerete és alkalmazása
- Középpontosan szimmetrikus alakzatok felismerése a természetes és az épített környezetben
- Alakzatok középpontos tükrképének megszerkesztése
- Szerkesztéshez terv, előzetes ábra készítése
- Több adott feltételnek megfelelő ábra szerkesztése; diszkusszió
- Kicsinyítés és nagyítás felismerése hétköznapi helyzetekben
- Dinamikus geometriai szoftver használata

FOGALMAK

szimmetria-középpont, középpontos szimmetria, kicsinyítés, nagyítás

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Ábrák másolása másolópapír (például sütőpapír) segítségével; a másolat síkban való pont körüli elfordítása 180° -kal; tulajdonságok megfigyelése
- Osztályterem, iskola, közeli játszótér, park, tó, épület középpontosan szimmetrikus alakzatainak kiválasztása
- Középpontos tükrözésen alapuló szerkesztések elvégzése saját eszközökkel (körző, egyélű vonalzó)
- Szimmetria stratégiával nyerhető játékok, például kerek asztalra poharak elhelyezése
- Kicsinyítés és nagyítás megfigyelése, például háromszögvonalzó külső és belső pereme, makett, modell, tervrajz, fénykép, diavetítés, térkép, mikroszkóp, nagyító
- Szerkesztési feladatok megoldása során dinamikus geometriai szoftver megismerése; az euklideszi szerkesztési lépések követése a szoftverrel

TÉMAKÖR: Térgeometria

JAVASOLT ÓRASZÁM: 20 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- a kocka, a téglatest, a hasáb és a gúla hálóját elkészíti;
- testeket épít képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján;
- ismeri a kocka, a téglatest, a hasáb és a gúla következő tulajdonságait: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló;
- egyenes hasáb, téglatest, kocka alakú tárgyak felszínét és térfogatát méréssel megadja, egyenes hasáb felszínét és térfogatát képlet segítségével kiszámolja; a képleteket megalapozó összefüggéseket érti;
- ismeri a gömb tulajdonságait;
- a kocka, a téglatest, a hasáb, a gúla, a gömb tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Környezetünk tárgyaiban a hasáb, a gúla és a gömb alakú testek felfedezése
- Hasáb és gúla tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló

- Testek építése képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján
- Testek hálójának készítése
- A gömb tanult testektől eltérő tulajdonságai
- A gömb, mint a Föld modellje: hosszúsági körök, szélességi körök tulajdonságai, síkmetszetek
- Egyenes hasáb alakú tárgyak felszínének és térfogatának meghatározása méréssel és számolással
- Ismerkedés a forgáshengerrel és a forgáskúppal

FOGALMAK

hasáb, gúla, gömb, alaplap, alapél, oldallap, oldalél, testmagasság
forgáshenger, forgáskúp

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Osztályterem, iskola, iskola környékének megfigyelése geometriai szempontból (a testek kiválasztása)
- Hasáb és gúla alakú modell tulajdonságainak gyűjtése páros munkában, a párok megoldásainak összehasonlítása; a tapasztalatok irányított összegzése
- Egyéni munkában építmények, rajzok, hálók készítése; az alkotások összehasonlítása, megbeszélése, kiállítása az osztályteremben
- Zsinóros térgeometriai modellek készítése és használata
- A gömb speciális tulajdonságainak megfigyeléséhez testeket tartalmazó készletből elemek választása megadott szempontok alapján
- Földgömb bemutatása matematikai szempontból
- Tapasztalatszerzés a gömbi geometria alapjairól például narancson
- Egyenes hasáb alakú dobozok készítéséhez szükséges papír területének becslése, mérése, számolása
- Egyenes hasáb alakú üreges test „feltöltése” egységkockákkal (becslés, mérés, számolás)
- Forgástestek származtatása „zászlós” modellel; a forgáshenger és a forgáskúp kiválasztása
- Gyűjtőmunka: forgástestek a környezetünkben

TÉMAKÖR: Leíró statisztika

JAVASOLT ÓRASZÁM: 12 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- értelmezi a táblázatok adatait, az adatoknak megfelelő ábrázolási módot kiválasztja, és az ábrát elkészíti;
- adatokat táblázatba rendez, diagramon ábrázol hagyományos és digitális eszközökkel is;
- különböző típusú diagramokat megfeleltet egymásnak;
- megadott szempont szerint adatokat gyűjt ki táblázatból, olvas le hagyományos vagy digitális forrásból származó diagramról, majd rendszerezés után következtetéseket fogalmaz meg;
- konkrét adatsor esetén átlagot számol, megállapítja a leggyakoribb adatot (módusz), a középső adatot (medián), és ezeket összehasonlítja.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Adathalmazok, egyszerű diagramok, táblázatok adatainak elemzése

- Adatok táblázatba rendezése, ábrázolása diagramon
- Különböző típusú diagramok megfeleltetése egymásnak
- Adatok gyűjtése táblázatból, leolvasása hagyományos vagy digitális forrásból származó diagramról megadott szempont szerint
- Adatok rendszerezése, következtetések megfogalmazása
- Konkrét adatsor leggyakoribb adatának (módusz) megtalálása, gyakorlati alkalmazása
- Rendezhető adatsor középső adatának (medián) megállapítása, gyakorlati alkalmazása
- Konkrét adatsor esetén átlag, leggyakoribb adat (módusz), középső adat (medián) megfigyelése, összehasonlítása

FOGALMAK

oszlopdiagram, kördiagram, vonaldiagram, pontdiagram

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Megadott vagy a tanulók által gyűjtött adatok ábrázolása és elemzése csoportmunkában
- Projektmunka, például felmérés készítése zenehallgatási szokásokról, IKT-eszközök használatáról, sportolási szokásokról (gyűjtőmunka, a gyűjtött adatok bemutatása, megbeszélése, értelmezése, ábrázolása)
- Konkrét adathalmazok középérték-mutatóinak megállapítása és összehasonlítása csoportmunkában

TÉMAKÖR: Valószínűség-számítás

JAVASOLT ÓRASZÁM: 12 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- valószínűségi játékokat, kísérleteket végez, ennek során az adatokat tervszerűen gyűjti, rendezi és ábrázolja digitálisan is;
- valószínűségi játékokban érti a lehetséges kimeneteket, játékában stratégiát követ;
- ismeri a gyakoriság és a relatív gyakoriság fogalmát. Ismereteit felhasználja a „lehetetlen”, a „biztos” és a „kisebb/nagyobb eséllyel lehetséges” kijelentések megfogalmazásánál.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Valószínűségi játékok, kísérletek; az adatok tervszerű gyűjtése, rendezése és ábrázolása digitálisan is
- Valószínűségi játékok lehetséges kimeneteleinek ismeretében stratégia követése
- Az esély intuitív fogalmának felhasználása a „lehetetlen”, a „biztos” és a „kisebb/nagyobb eséllyel lehetséges” kijelentések megfogalmazásánál
- A gyakoriság és relatív gyakoriság ismerete és alkalmazása a kísérletezés során

FOGALMAK

esély, gyakoriság, relatív gyakoriság

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Játék dobókockákkal, dobótestekkel, pénzérmékkel, szerencsekerékkel, Galton-deszkával, zsákba helyezett színes golyókkal
- Játék eseménykártyákkal gyakoriság becslésére: mindenki előtt ott van minden eseménykártya, amelyekre a tanulók a játék elején tetszés szerint kiraknak 10-10 zsetont; sorban végezzük a

kísérleteket; amelyik kártyán levő esemény bekövetkezett, arról a kártyáról levehet a játékos egy zsetont; az győz, akinek a kártyáiról leghamarabb elfogynak a zsetonok

- Játék számkorongokkal: 3 korong piros és kék oldalára is számokat írtunk; feldobjuk egyszerre a 3 korongot; kártyákra eseményeket írunk a dobott számok összegére, szorzatára vonatkozó tulajdonságokkal; figyeljük meg, van-e lehetetlen, van-e biztos esemény; tippeljük az események gyakoriságára
- Folyón átkelés gyakoriság becslésére: rakj ki 10 korongot az 1–13 számokhoz a folyó egyik partjára; két kockával dobunk, a dobott számok összegénél álló korong átkelhet a folyón; az győz, akinek először átmegy az összes korongja
- Kocka alakú, számozott lapú doboz egyik lapjára belül nehezéket ragasztunk; dobások eredményének megfigyelésével ki kell találni, melyik lapra ragasztottunk nehezéket
- 21-ezés különbözőképpen számozott dobókockákkal, dominókkal
- „Nem hiszem” páros játék: egyik játékos események bekövetkezésének esélyeiről fogalmaz meg állítást (például nagyobb eséllyel lehetséges számozott dodekaéder dobótesttel prímszámot dobni, mint összetett számot), a másik játékos dönt ennek igazságáról; a játékot az a tanuló nyeri, aki igazat állít
- „Szavazós” játék páros vagy csoportmunkában: valószínűségi játék vagy kísérlet előtt a tanulók összegyűjtik a lehetséges kimeneteket, majd egyesével tippelnek a bekövetkezési esélyekről

9-10. évfolyam

A 9–10. évfolyamon a korábbi képzési szakaszok során megszerzett ismeretekre és kialakított készségekre, képességekre alapozva – a spirális tananyagfelépítést szem előtt tartva – az egyes témakörök új ismeretei matematikai szempontból egyre pontosabb és elvontabb formában jelennek meg a tanulási-tanítási folyamat során. Egyre határozottabb a fogalmak pontos definiálásának, az állítások, tételek indoklásának, bizonyításának, valamint az általánosításnak az igénye. Erre a szakaszra fokozottan jellemző a korábbi és az új ismeretek egységes rendszerbe foglalása, az egyes témakörökön belüli rendszerezés.

Ebben a szakaszban is fontos cél, hogy az ismeretszerzési folyamat során a tanuló – a lehetőségekhez mérten – a tanár által irányított módon, feladatok megoldása mentén maga fedezze fel az összefüggéseket, általánosítási lehetőségeket, megoldási módokat. A kooperatív munkaformák, a csoportmunkában megoldandó projektfeladatok fejlesztik a matematikai kommunikációt. A digitális eszközök, dinamikus szoftverek, online felületek támogatják a szemléltetést, a megértést és a felfedeztetést.

A 9–10. évfolyamon megjelenő témakörök tartalmának egy része folytatása, kiterjesztése és kiegészítése a korábbi szakaszokban is megjelenő tananyagtartalomnak. Ebben a szakaszban jelennek meg először a valós számok; elsőfokú egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek; másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek; a függvény fogalma, függvénytulajdonságok; a kör és részei. Vannak olyan témakörök, amelyek megjelennek más területek tanítása során is, ezért a tananyag egyes részeihez javasolt óraszámok nem feltétlenül jelentenek időben összefüggő egységet. Az algebrai eszközök és a függvényekkel kapcsolatos ismeretek bővülése lehetővé teszi a hétköznapi vagy matematikai nyelven megfogalmazott problémák és a megoldás során alkalmazott matematikai modellek körének bővülését.

	9. évfolyam	10. évfolyam	összes
Halmazok	10	0	10
Matematikai logika	8	5	13
Kombinatorika, gráfok	0	12	12
Számhalmazok, műveletek	8	0	8
Hatvány, gyök	3	13	16
Betűs kifejezések alkalmazása egyenletmegoldás, függvényábrázolás során	12	4	16
Arányosság, százalékszámítás	4	6	10
Elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek	18	0	18
Másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek	0	16	16
A függvény fogalma, függvénytulajdonságok	13	8	21
Geometriai alapismeretek	8	0	8
Háromszögek	8	11	19
Négyszögek, sokszögek	4	9	13
A kör és részei	1	11	12
Transzformációk, szerkesztések	5	19	24

Leíró statisztika	0	12	12
Valószínűség-számítás	0	10	10
Összesen:	102	136	238

TÉMAKÖR: Halmazok

JAVASOLT ÓRASZÁM: 10 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- látja a halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatokat;
- véges halmazok elemszámát meghatározza;
- alkalmazza a logikai szita elvét.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- adott halmazt diszjunkt részhalmazaira bont, osztályoz;
- halmazokat különböző módokon megad;
- halmazokkal műveleteket végez, azokat ábrázolja és értelmezi.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Halmaz közös elem nélküli részhalmazokra bontása, példák ennek alkalmazására a matematikán belül, más tantárgyaknál és a mindennapi életben
- Halmaz megadása utasítással, elemek felsorolásával
- Halmazok közötti viszonyok ábrázolása, értelmezése
- Halmazok metszetének, uniójának, különbségének, komplementerének képzése, ábrázolása és értelmezése
- Két-három halmaz elemszámával kapcsolatos feladatok megoldása logikai szita segítségével
- Szemléletes kép végtelen halmazokról

FOGALMAK

alaphalmaz, részhalmaz, üres halmaz, halmazok egyenlősége, Venn-diagram; halmazműveletek: unió, metszet, különbség, komplementer halmaz; diszjunkt halmazok, halmaz elemszáma, logikai szita

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Hétköznapi életből, más tantárgyakból vagy a matematikából vett, konkrétan vagy digitálisan megjelenített alaphalmazból megadott tulajdonságokkal rendelkező elemek válogatása
- Konkrét részhalmaz esetén a részhalmaz képzési szempontjainak megállapítása
- A történelem, a művészetek, a tudományok, a sport neves személyiségeinek kitalálása különböző tulajdonságok alapján
- Barkochba játék
- A „végtelen szálloda” mint modell
- Megszámlálhatóan végtelen számosságú halmazok elemei között egyértelmű hozzárendelés felfedeztetése, például a pozitív természetes számok halmazának számossága megegyezik a pozitív páros számok halmazának számosságával

TÉMAKÖR: Matematikai logika

JAVASOLT ÓRASZÁM: 10 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- látja a halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatokat;
- megállapítja egyszerű „ha ... , akkor ...” és „akkor és csak akkor” típusú állítások logikai értékét;
- tud egyszerű állításokat indokolni és tételeket bizonyítani.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- adott állításról eldönti, hogy igaz vagy hamis;
- alkalmazza a tagadás műveletét egyszerű feladatokban;
- ismeri és alkalmazza az „és”, a (megengedő és kizáró) „vagy” logikai jelentését;
- megfogalmazza adott állítás megfordítását;
- helyesen használja a „minden” és „van olyan” kifejezéseket.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- A matematikai bizonyítás fogalma
- Állítás logikai értékének megállapítása (igaz vagy hamis)
- Állítás tagadásának alkalmazása egyszerű feladatokban
- A „nem”, az „és”, a megengedő „vagy” és a kizáró „vagy” logikai jelentésének ismerete és alkalmazása matematikai és matematikán kívüli feladatokban
- A „minden” és a „van olyan” típusú állítások logikai értékének megállapítása és ennek indoklása egyszerű esetekben
- Adott állítás megfordításának megfogalmazása
- „Ha..., akkor...” és „akkor és csak akkor” típusú egyszerű állítások logikai értékének megállapítása
- Stratégiai és logikai játékok

FOGALMAK

tétel, bizonyítás, igaz-hamis; „nem”, „és”, „vagy”, „vagy..., vagy...”, „ha..., akkor...”, „akkor és csak akkor”

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- „Bíróági tárgyalás”, ahol az osztály tanulói a védők és a vádlók egy állítás indoklására, cáfolására
- „Mit állít a szigetlakó?”, „Ki volt a tettes, ha...?” típusú feladatok eljátszása, megoldása csoportmunkában
- Logikai készséget fejlesztő játékok, például „Einstein-fejtörő”
- Stratégiai játékok, például egyszerű NIM játékok, táblás játékok
- Tudatos pénzügyi tervezést segítő játékok

TÉMAKÖR: Kombinatorika, gráfok

JAVASOLT ÓRASZÁM: 12 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;

- a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;
- a kiválasztott modellben megoldja a problémát;
- megold sorba rendezési és kiválasztási feladatokat;
- konkrét situációkat szemléltet és egyszerű feladatokat megold gráfok segítségével;
- véges halmazok elemszámát meghatározza;
- alkalmazza a logikai szita elvét.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Hétköznapi helyzetekhez kapcsolódó sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása rendszerezéssel
- Sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása matematikai problémákban
- Esetsztékválasztás és szorzási elv alkalmazása feladatok megoldásában
- Összeszámlálási modellek alkalmazása feladatok megoldásában
- Gráfok alkalmazása konkrét hétköznapi és matematikai situációk szemléltetésére, feladatok megoldására

FOGALMAK

gráf, gráf csúcsa, gráf éle

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása rendszerezett leszámplálással és a szorzási és/vagy esetsztékválasztási elv alkalmazásával
- Geometria eszközök használata kombinatorikai problémák megoldására
- Néhány feltételt tartalmazó tanulói órarend készítése kis elemszámmal
- Azonos modellen alapuló, de különböző megfogalmazású feladatok megoldása
- Szorzat vagy összeg alakban megadott eredményű kombinatorikafeladatokhoz saját szöveg írása
- Téves megoldású kombinatorikafeladatokban a hiba megtalálása és a tévedés kijavítása
- Sorba rendezési feladatok megoldásának szemléltetése gráffal
- Adott gráfhoz hozzáillő feladatszöveg alkotása és „feladatküldés” csoportmunkában

TÉMAKÖR: Számhalmazok, műveletek

JAVASOLT ÓRASZÁM: 8 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri a számhalmazok épülésének matematikai vonatkozásait a természetes számoktól a valós számokig;
- ismer példákat irracionális számokra.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- a kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás műveleti azonosságokat helyesen alkalmazza különböző számolási helyzetekben;
- racionális számokat tizedes tört és közös nevezőes tört alakban is felír;
- ismeri a valós számok és a számegyenes kapcsolatát;
- ismeri és alkalmazza az abszolút érték, az ellentett és a reciprok fogalmát;
- a számolással kapott eredményeket nagyságrendileg megbecsüli, és így ellenőrzi az eredményt;

- valós számok közelítő alakjaival számol, és megfelelően kerekít.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Műveleti azonosságok (kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás), zárójelek helyes használata
- Tizedes törtek átírása közösleges tört alakba és viszont
- Irracionális számok szemléltetése
- Racionális számok elhelyezkedése számegyenesen
- Nyílt és zárt intervallumok fogalmának ismerete és alkalmazása
- Számok abszolút értékének, ellentettjének és reciprokanak meghatározása
- Számológéppel elvégzett számítások eredményének előzetes becslése és nagyságrendi ellenőrzése
- Valós számok adott jegyre kerekítése
- Valós számok gyakorlati helyzetekben történő észszerű kerekítése

FOGALMAK

racionális szám, irracionális szám, valós szám, nyílt intervallum, zárt intervallum, abszolút érték, ellentett, reciprokok

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- A számológép helyes használatának elsajátítása, például műveleti sorrend, zárójelek
- Írásban elvégzett műveletek ellenőrzése számológéppel
- Célszám megközelítése adott számjegyekkel, műveleti jelek és zárójelek használatával
- Tanulói kiselőadás a helyi értékes számírás kialakulásáról, a számjegyek kialakulásának történetéről
- A tanteremben vagy a tanterem környezetében végzett mérések esetén a megfelelő kerekítés alkalmazása
- Adott mérés elvégzése esetén a mérési hiba következményeinek vizsgálata

TÉMAKÖR: Hatvány, gyök

JAVASOLT ÓRASZÁM: 12 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri és alkalmazza az n -edik gyök fogalmát;
- ismeri és alkalmazza a racionális kitevőjű hatvány fogalmát és a hatványozás azonosságait.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri és alkalmazza a négyzetgyök fogalmát és azonosságait;
- ismeri és alkalmazza az egész kitevőjű hatvány fogalmát és a hatványozás azonosságait;
- ismeri és alkalmazza a normálalak fogalmát.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Valós számok hatványozása pozitív egész kitevőre
- Hatványozás 0 és negatív egész kitevőre
- A hatványozás azonosságainak megfigyelése, felfedezése
- A hatványozás azonosságainak bizonyítása konkrét alapszám és tetszőleges pozitív egész kitevő esetén
- Számok normálalakja

- Számolás normálalak segítségével
- A négyzetgyök definíciója
- Nemnegatív számok négyzetgyökének megadása számológép segítségével
- A négyzetgyökvonás azonosságai

FOGALMAK

hatványalap, hatványkitevő, normálalak, négyzetgyök

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Projektmunka: hányszor lehet félbehajítani egy nagyméretű papírt? Keresés az interneten, kísérlet végzése például egy teljes guriga vécepapírral
- Internetes forrásból származó, nagyon kicsi vagy nagyon nagy számokat tartalmazó cikkek valóságtartalmának megállapítása páros vagy csoportmunkában

TÉMAKÖR: Betűs kifejezések alkalmazása egyenletmegoldás, függvényábrázolás során

JAVASOLT ÓRASZÁM: 12 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- műveleteket végez algebrai kifejezésekkel;
- ismer és alkalmaz egyszerű algebrai azonosságokat;
- átalakít algebrai kifejezéseket összevonás, szorzattá alakítás, nevezetes azonosságok alkalmazásával.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Műveletek egyszerű algebrai kifejezésekkel: összeadás, kivonás, szorzás, osztás, egytagú kifejezések hatványa
- Műveleti azonosságok ismerete és alkalmazása egyenletek megoldása során
- Az $(a + b)^2$, az $(a - b)^2$ és az $(a + b)(a - b)$ kifejezésekre vonatkozó nevezetes azonosságok ismerete és alkalmazása (például oszthatósági feladatokban, egyenletek megoldásában, függvények ábrázolásában)
- Egyszerű másodfokú polinom átalakítása teljes négyzetté kiegészítéssel
- Algebrai kifejezések átalakítása összevonás, szorzattá alakítás, nevezetes azonosságok alkalmazásával
- Az algebrai tört fogalmának ismerete, műveletek algebrai törtekkel

FOGALMAK

összeg, tag, szorzat, tényező, egynemű kifejezés, együttható, teljes négyzet, polinom
algebrai tört

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- „Gondolj egy számra, és én kitalálom” játék, matematikai bűvészlucikok algebrai magyarázata
- Algebrai kifejezésekkel végzett műveletek geometriai modellezése
- A nevezetes azonosságok geometriai megjelenítése
- Számolási „trükkök” a nevezetes azonosságok segítségével, például kétjegyű számok négyzetének, $99 \cdot 101$ típusú szorzat eredményének kiszámolása fejben

TÉMAKÖR: Arányosság, százalékszámítás

JAVASOLT ÓRASZÁM: 10 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri a hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat. Származtatott mértékegységeket átvált;
- ismeri és alkalmazza a százalékalap, -érték, -láb, -pont fogalmát.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri és alkalmazza az egyenes és a fordított arányosságot.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Az egyenes és a fordított arányosság fogalmának ismerete és alkalmazása gyakorlati problémák megoldása során
- Az egyenes és a fordított arányosság grafikonjának felismerése és elkészítése
- Példák az egyenes és a fordított arányosságtól különböző arányosságokra (négyzetes, gyökös)
- Példák egy irányban vagy ellentétes irányban változó mennyiségpárookra a mindennapi életből
- Százalékszámítással kapcsolatos hétköznapi helyzetekhez (például háztartási bevételekhez, kiadásokhoz, pénzügyi fogalmakhoz, gazdasági folyamatokhoz) és más tantárgyakhoz köthető feladatok megoldása

FOGALMAK

egyes arányosság, fordított arányosság, százalékalap, százaléérték, százalékláb

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Összetett, valódi élethelyzetekkel kapcsolatos feladatok megoldása csoportmunkában, szükség esetén grafikon segítségével
- Háztartási számlák elemzése az azokon megjelenő egységárak és fizetendő összegek figyelembevételével

TÉMAKÖR: Elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek

JAVASOLT ÓRASZÁM: 18 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;
- adott problémához megoldási stratégiát, algoritmust választ, készít;
- a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;
- a kiválasztott modellben megoldja a problémát;
- a modellben kapott megoldását az eredeti problémába visszahelyettesítve értelmezi, ellenőrzi, és az észszerűségi szempontokat figyelembe véve adja meg a választ;
- felismeri a matematika különböző területei közötti kapcsolatot;
- egyenletek megoldását behelyettesítéssel, értékkészlet-vizsgálattal ellenőrzi.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri és alkalmazza a következő egyenletmegoldási módszereket: mérlegelv, grafikus megoldás, szorzattá alakítás;
- megold elsőfokú egyismeretlenes egyenleteket és egyenlőtlenségeket, elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszereket.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Elsőfokú egyenletre, egyenlőtlenségre, egyenletrendszerre vezető matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információk kigyűjtése, rendszerezése
- Adott problémához megoldási stratégia, algoritmus választása, készítése
- A problémának megfelelő matematikai modell választása, alkotása
- A kiválasztott modellben a probléma megoldása
- A modellben kapott megoldás értelmezése az eredeti problémába visszahelyettesítve, ellenőrzés és válaszadás az észszerűségi szempontokat figyelembe véve
- Alaphalmaz, megoldáshalmaz fogalmának ismerete
- Egyismeretlenes elsőfokú egyenlet és egyenlőtlenség megoldása mérlegelvel és grafikusan
- Elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása behelyettesítéssel, közös együtthatók módszerével, grafikusan
- Elsőfokú egyenlettel, egyenlőtlenséggel, egyenletrendszerrel megoldható szöveges feladatok megoldása (például út-idő-sebesség, közös munkavégzés, keverékes feladatok, pénzügyi és gazdasági tematikájú feladatok)
- Egyszerű abszolútértékes egyenlet megoldása algebrai és grafikus úton

FOGALMAK

alaphalmaz, megoldáshalmaz, mérlegelv

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Szöveges feladatok megoldása több különböző úton, a különböző megoldások összehasonlítása előnyök és hátrányok szempontjából
- Hiányos, túlhatározott, illetve ellentmondó adatokat tartalmazó problémák vizsgálata
- Nyílt végű problémák megoldása
- Adott egyenlethez szöveges feladat alkotása és „feladatküldés” csoportmunkában
- Digitális eszköz használata egyenletek, egyenlőtlenségek és egyenletrendszerek grafikus megoldása során; a digitális eszközzel történő ábrázolás előnyeinek és hátrányainak megbeszélése

TÉMAKÖR: Másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek

JAVASOLT ÓRASZÁM: 16 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;
- adott problémához megoldási stratégiát, algoritmust választ, készít;
- a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;

- a kiválasztott modellben megoldja a problémát;
- a modellben kapott megoldását az eredeti problémába visszahelyettesítve értelmezi, ellenőrzi, és az észszerűségi szempontokat figyelembe véve adja meg a választ;
- felismeri a matematika különböző területei közötti kapcsolatot;
- egyenletek megoldását behelyettesítéssel, értékkészlet-vizsgálattal ellenőrzi.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- megold másodfokú egyismeretlenes egyenleteket és egyenlőtlenségeket; ismeri és alkalmazza a diszkriminánst, a megoldóképletet és a gyöktényezős alakot.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Másodfokú egyenletre, egyenlőtlenségre vezető matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információk kigyűjtése, rendszerezése
- Adott problémához megoldási stratégia, algoritmus választása, készítése
- A problémának megfelelő matematikai modell választása, alkotása
- A kiválasztott modellben a probléma megoldása
- A modellben kapott megoldás értelmezése az eredeti problémába visszahelyettesítve, ellenőrzés és válaszadás az észszerűségi szempontokat figyelembe véve
- Egyenletek megoldása ekvivalens átalakításokkal
- Másodfokú egyenlet megoldása szorzattá alakítással, teljes négyzetté kiegészítéssel, megoldóképlettel és grafikusan
- Egyszerű másodfokúra visszavezethető egyenletek megoldása
- Másodfokú egyenlőtlenség megoldása grafikusan
- Másodfokú egyenlettel megoldható szöveges feladatok megoldása
- $\sqrt{x+c} = ax+b$
- A másodfokú egyenlet diszkriminánsának előjele és az egyenlet megoldásainak száma közötti összefüggés ismerete
- Egyszerű másodfokú egyenletrendszerek megoldása
- Egyszerű törtes egyenletek megoldása
- Két pozitív szám számtani és mértani közepe közötti összefüggés ismerete, alkalmazása
- Egyszerű másodfokú szélsőérték-feladatok megoldása

FOGALMAK

másodfokú egyenlet megoldóképlete, diszkrimináns, gyöktényezős alak, ekvivalens átalakítás
számtani közép, mértani közép

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Másodfokú egyenlet megoldása konkrét együtthatókkal és paraméterekkel, a lépéseket párhuzamosan végezve
- Digitális eszköz használata egyenletek, egyenlőtlenségek grafikus megoldása során
- Tanulói kiselőadás tartása magasabb fokú egyenletek megoldásának történetéről, érdekességeiről
- Hétköznapi életből vett és matematikai szélsőérték-problémák megoldása több módszerrel (függvényábrázolással, algebrai átalakítással, számtani-mértani közép segítségével)

TÉMAKÖR: A függvény fogalma, függvénytulajdonságok

JAVASOLT ÓRASZÁM: 16 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- képlettel adott függvényt hagyományosan és digitális eszközzel ábrázol;
- adott értékkészletbeli elemhez megtalálja az értelmezési tartomány azon elemeit, amelyekhez a függvény az adott értéket rendeli.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- megad hétköznapi életben előforduló hozzárendeléseket;
- adott képlet alapján helyettesítési értékeket számol, és azokat táblázatba rendezi;
- táblázattal megadott függvény összetartozó értékeit ábrázolja koordináta-rendszerben;
- a grafikonról megállapítja függvények alapvető tulajdonságait.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Hétköznapi hozzárendelések megfigyelése, tulajdonságainak megfogalmazása: egyértelmű, kölcsönösen egyértelmű
- Függvény megadása, alapvető függvénytani fogalmak ismerete
- Függvényértékek meghatározása és táblázatba rendezése
- Függvények ábrázolása táblázat alapján
- Függvények alkalmazása valós, hétköznapi helyzetek jellemzésére, gyakorlati problémák megoldására
- A grafikon alapján a függvény értelmezési tartományának, értékkészletének, minimumának, maximumának és zérushelyének megállapítása, a növekedés és fogyás leolvasása
- Lineáris függvény, másodfokú függvény, négyzetgyökfüggvény, fordított arányosságot leíró függvény (elemi függvények) grafikonja, tulajdonságai
- Elemi függvényekkel egyszerű függvénytranszformációs lépések végrehajtása: $f(x) + c$, $f(x + c)$, $c \cdot f(x)$, $|f(x)|$
- Lineáris függvények hozzárendelési utasításának leolvasása grafikon alapján
- Egyszerű függvények esetén az $f(x) = c$ alapján x meghatározása és ennek alkalmazása gyakorlati problémák megoldása során
- Kölcsönösen egyértelmű hozzárendelés megfordítása és a megfordított hozzárendelés ábrázolása

FOGALMAK

egyértelmű hozzárendelés, kölcsönösen egyértelmű hozzárendelés, értelmezési tartomány, képhalmaz, értékkészlet, helyettesítési érték, szélsőérték, zérushely, növekedés, fogyás

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Összetett, valódi helyzetekkel, például demográfiai kérdésekkel, pénzügyi feladatokkal kapcsolatos grafikonok elemzése csoportmunkában
- Hétköznapi helyzetekben időben változó folyamatokkal kapcsolatos mérések végzése és a mért adatok ábrázolása koordináta-rendszerben (például hőmérséklet)
- A tanulók mindennapi életéhez kapcsolódó grafikonok ábrázolása és elemzése (például út-idő grafikon az iskolába való eljutásról)

- Egyszerű, másodfokú függvénnyel jellemezhető, gyakorlati helyzethez köthető szélsőérték-feladatok megoldása csoportmunkában, például adott hosszúságú spárgával bekeríthető maximális területű téglalap adatainak mérése, megfigyelése
- Függvények ábrázolása digitális eszköz segítségével
- Barkochba játék a függvényekkel kapcsolatos fogalmak használatával
- Szöveges feladatok megoldása grafikus úton
- Algebrai úton nem vagy nehezen megoldható egyenletek közelítő megoldása grafikus úton digitális eszköz segítségével

TÉMAKÖR: Geometriai alapismeretek

JAVASOLT ÓRASZÁM: 8 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri és feladatmegoldásban alkalmazza a térelemek kölcsönös helyzetét, távolságát és hajlásszögét;
- felismeri a matematika különböző területei közötti kapcsolatot.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri és használja a pont, egyenes, sík (térelemek) és szög fogalmát;
- ismeri és alkalmazza a nevezetes szögpárok tulajdonságait;
- ismeri az alapszerkesztéseket, és ezeket végre tudja hajtani hagyományos vagy digitális eszközzel.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Két pont, pont és egyenes, két egyenes távolságának alkalmazása a síkban
- Egyenesek kölcsönös helyzetének ismerete és alkalmazása
- Nevezetes szögpárok tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: pótszögek, mellékszögek, kiegészítő szögek, csúciszögek, egyállású szögek, váltószögek
- A szakaszfelező merőleges és a szögfelező mint ponttalmazók tulajdonságainak ismerete
- Dinamikus geometriai szoftver alkalmazásának előkészítése, használata
- Alapszerkesztések végrehajtása hagyományos vagy digitális eszközzel euklideszi módon: szakaszfelező merőleges, szögfelező, merőleges és párhuzamos egyenesek szerkesztése, szög másolása

FOGALMAK

pont, egyenes, sík, szögtartomány, hajlásszög, párhuzamos, merőleges, pótszögek, mellékszögek, kiegészítő szögek, csúciszögek, egyállású szögek, váltószögek, szakaszfelező merőleges, szögfelező

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Az osztályteremben vagy a terem környezetében „egyenesek” kölcsönös helyzetének megadása, ezek távolságának megmérése
- Számszerű adatként csak a méretarányt tartalmazó térkép alapján valódi távolságok meghatározása, becslése
- Számszerű adatként csak méretarányt tartalmazó térképen adott helységektől (közelítőleg) egyenlő távolságra levő helységek megkeresése

TÉMAKÖR: Háromszögek

JAVASOLT ÓRASZÁM: 14 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri a mérés alapelvét, alkalmazza konkrét alap- és származtatott mennyiségek esetén;
- ismeri a hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat. Származtatott mértékegységeket átvált;
- sík- és térgeometriai feladatoknál a problémának megfelelő mértékegységben adja meg választ;
- kiszámítja háromszögek területét.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri és alkalmazza a háromszögek oldalai, szögei, oldalai és szögei közötti kapcsolatokat; a speciális háromszögek tulajdonságait;
- ismeri és alkalmazza a háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó fogalmakat és tételeket;
- ismeri és alkalmazza a Pitagorasz-tételt és megfordítását.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- A háromszögek csoportosítása oldalak és szögek szerint
- Az alapvető összefüggések ismerete és alkalmazása háromszögek oldalai, szögei, oldalai és szögei között
- Speciális háromszögek tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: szabályos, egyenlő szárú, derékszögű háromszög
- A háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó fogalmak, tételek ismerete és alkalmazása: oldalfelező merőleges, szögfelező, magasságvonal, súlyvonal, középvonal, körülírt, illetve beírt kör
- Az oldalfelező merőlegesek és a belső szögfelezők metszéspontjára vonatkozó tétel bizonyítása
- A Pitagorasz-tétel és megfordításának ismerete és alkalmazása
- A Pitagorasz-tétel bizonyítása
- Háromszög területének kiszámítása
- A magasságtétel és a befogótétel ismerete és alkalmazása

FOGALMAK

szabályos háromszög, egyenlő szárú háromszög, derékszögű háromszög, oldalfelező merőleges, szögfelező, magasságvonal, súlyvonal, középvonal, körülírt kör, beírt kör

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- A háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó tételek felfedeztetése szerkesztéssel vagy dinamikus geometriai szoftver alkalmazásával, páros vagy csoportmunkában
- Konkrét alakzatok átdarabolása más alakzattá páros vagy csoportmunkában
- A derékszögű háromszög oldalaira szerkesztett négyzetek átdarabolása a Pitagorasz-tételnek megfelelő módon, pitagorasi tangramok vagy dinamikus geometriai szoftver alkalmazásával
- A magasságtétel és a befogótétel alkalmazása a nevezetes közepek megszerkesztésére és a köztük fennálló egyenlőtlenségek bizonyítására

TÉMAKÖR: Négyyszögek, sokszögek

JAVASOLT ÓRASZÁM: 10 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri a mérés alapelvét, alkalmazza konkrét alap- és származtatott mennyiségek esetén;
- ismeri a hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat. Származtatott mértékegységeket átvált;
- sík- és térgeometriai feladatoknál a problémának megfelelő mértékegységben adja meg választ;
- ismeri és alkalmazza speciális négyszögek tulajdonságait, területüket kiszámítja;
- átdarabolással kiszámítja sokszögek területét.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri és alkalmazza a szabályos sokszög fogalmát; kiszámítja a konvex sokszög belső és külső szögeinek összegét.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Speciális négyszögek (trapéz, húrtrapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, téglalap, négyzet) tulajdonságainak ismerete, területének kiszámítása
- Konvex sokszögeknél az átlók számára, a belső és külső szögösszegre vonatkozó tételek ismerete, bizonyítása és alkalmazása
- Szabályos sokszög fogalmának ismerete
- Szabályos sokszög területe átdarabolással

FOGALMAK

trapéz, húrtrapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, téglalap, négyzet, konvex sokszög, szabályos sokszög

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Különböző típusú speciális négyszögek területének meghatározására vonatkozó formula felfedeztetése átdarabolással
- A belső és a külső szögösszegre vonatkozó tételek felfedeztetése, illusztrálása átdarabolással, hajtogatással vagy dinamikus geometriai szoftver segítségével
- Projektmunka: lakás/iskola alaprajzának elkészítése méretarányosan

TÉMAKÖR: A kör és részei

JAVASOLT ÓRASZÁM: 10 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri a mérés alapelvét, alkalmazza konkrét alap- és származtatott mennyiségek esetén;
- ismeri a hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat. Származtatott mértékegységeket átvált;
- sík- és térgeometriai feladatoknál a problémának megfelelő mértékegységben adja meg választ.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ki tudja számolni a kör és részeinek kerületét, területét;
- ismeri a kör érintőjének fogalmát, kapcsolatát az érintési pontba húzott sugárral;
- ismeri és alkalmazza a Thalész-tételt és megfordítását.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Annak ismerete és alkalmazása, hogy a középponti szög egyenesen arányos a hozzá tartozó körív hosszával
- Annak ismerete és alkalmazása, hogy a középponti szög egyenesen arányos a hozzá tartozó körcikk területével
- Kör, körcikk, körgyűrű és körszelet területének és kerületének kiszámítása
- Annak ismerete és alkalmazása, hogy a kör érintője merőleges az érintési pontba húzott sugárra, és hogy külső pontból húzott érintőszakaszok egyenlő hosszúak
- A Thalész-tétel és megfordításának ismerete és alkalmazása
- A Thalész-tétel bizonyítása
- Szög mérése ívmértékkel; fok és ívmérték közti kapcsolat ismerete, alkalmazása

FOGALMAK

középponti szög, körív, körcikk, körgyűrű, körszelet, érintőszakaszok
ívmérték, radián

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Annak felfedeztetése méréssel, hogy a középponti szög egyenesen arányos a hozzá tartozó körív hosszával; különböző méretű körök esetén a kapott adatok táblázatba foglalása
- A Thalész-tétel felfedeztetése szerkesztéssel, szögméréssel vagy dinamikus geometriai szoftver alkalmazásával
- Trimino alkalmazása a fok és az ívmérték közötti kapcsolat játékos gyakorlására

TÉMAKÖR: Transzformációk, szerkesztések**JAVASOLT ÓRASZÁM: 20 óra****TANULÁSI EREDMÉNYEK****A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- ismeri a vektorokkal kapcsolatos alapvető fogalmakat;
- ismer és alkalmaz egyszerű vektorműveleteket;
- alkalmazza a vektorokat feladatok megoldásában;
- ismeri és alkalmazza a hasonló síkidomok kerületének és területének arányára vonatkozó tételeket.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismer példákat geometriai transzformációkra;
- ismeri és alkalmazza a síkbeli egybevágósági transzformációkat és tulajdonságait; alakzatok egybevágóságát;
- ismeri és alkalmazza a középpontos hasonlósági transzformációt, a hasonlósági transzformációt és az alakzatok hasonlóságát;
- megszerkeszti egy alakzat tengelyes, illetve középpontos tükröképét, pont körüli elforgatottját, párhuzamos eltolttját hagyományosan és digitális eszközzel;

- geometriai szerkesztési feladatoknál vizsgálja és megállapítja a szerkeszthetőség feltételeit.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Példák ismerete geometriai hozzárendelésekre (merőleges vetítés, párhuzamos vetítés, merőleges affinitás, térkép, fényképezés)
- A tengelyes tükrözés, a középpontos tükrözés, a pont körüli forgatás és a párhuzamos eltolás ismerete, tulajdonságaik
- A vektor fogalmának kialakítása a párhuzamos eltolás segítségével
- Egybevágósági transzformációk egymás utáni végrehajtása
- Egybevágósági transzformációk végrehajtása szerkesztéssel vagy digitális eszközzel
- Egybevágó alakzatok, szimmetriák megfigyelése a környezetben, művészeti alkotásokban
- Az egybevágósági transzformációk alkalmazása feladatok megoldásában, tételek bizonyításában
- Háromszögek egybevágóságának alapesetei és ezek alkalmazása
- Négyszögek egybevágósága
- Egyszerű szerkesztési feladatok megoldása hagyományos vagy digitális eszközzel; diszkusszió
- Gyakorlati feladatok megoldása egybevágóságok segítségével (például a sík parkettázása különféle síkidomokkal; szabásminta készítése, használata)
- A középpontos hasonlósági transzformáció és a hasonlósági transzformáció ismerete, tulajdonságai
- A hasonlóság fogalmának ismerete és alkalmazása feladatok megoldásában, tételek bizonyításában
- Gyakorlati feladatok megoldása hasonlóság segítségével (például alaprajz-, térképkészítés, modellezés)

FOGALMAK

tengelyes tükrözés, középpontos tükrözés, pont körüli forgatás, párhuzamos eltolás, egybevágóság, forgásszög, vektor, vektorok összege, középpontos hasonlósági transzformáció, hasonlósági transzformáció, hasonlóság, a hasonlóság aránya

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Gyakorlati példák keresése geometriai hozzárendelésekre, például fényképezés, filmvetítés
- A középpontos tükrözés, a pont körüli forgatás és a párhuzamos eltolás bemutatása mint két tengelyes tükrözés egymásutánja
- M. C. Escher és Victor Vasarely néhány interneten is elérhető alkotásának elemzése a szimmetriák szempontjából; hasonló módszerrel képek alkotása
- A sík parkettázása egybevágó háromszögekkel, négyszögekkel papírsablonok vagy dinamikus geometriai szoftver segítségével
- A tengelyes vagy középpontos szimmetriára alapozó stratégiai játékok (például pénzforgatós, színezős) páros munkában
- Az iskola közelében lévő magas épület (például templomtorony) magasságának meghatározása egy egyenes bot segítségével a bot és az épület árnyékának méréséből („Thalész-módszer”) csoportmunkában
- Valódi távolságok, valódi útvonalak hosszának meghatározása papíralapú térkép alapján

TÉMAKÖR: Leíró statisztika

JAVASOLT ÓRASZÁM: 10 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- adott cél érdekében tudatos adatgyűjtést és rendszerezést végez;
- hagyományos és digitális forrásból származó adatsokaság alapvető statisztikai jellemzőit meghatározza, értelmezi és értékeli;
- felismer grafikus manipulációkat diagramok esetén.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- adatsokaságból adott szempont szerint oszlop- és kördiagramot készít hagyományos és digitális eszközzel.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Statisztikai adatok gyűjtésének tervezése
- Statisztikai adatok gyűjtése hagyományos és internetes forrásból
- Statisztikai adatok rendszerezése, jellemzése középértékekkel hagyományos és digitális eszközzel
- A kapott adatok értelmezése, értékelése, egyszerű statisztikai következtetések
- Oszlop- és kördiagram értelmezése, valamint készítése hagyományos és digitális eszközzel
- Konkrét adatsokaság ábrázolásához, statisztikai kérdés megválaszolásához a megfelelő diagramtípus kiválasztása
- Kördiagramból oszlopdigram készítése és viszont
- Grafikus manipulációk felismerése és javítása diagramok esetén
- A középértékek tulajdonságainak és alkalmazhatóságának ismerete

FOGALMAK

oszlopdigram, kördiagram, átlag, medián, módusz

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Adatgyűjtés megtervezése, például forgalomszámlálás vagy iskolai felmérés előkészítése
- A megtervezett statisztikai adatgyűjtés lebonyolítása, az eredmények szemléltetése grafikonok segítségével, a kapott eredmények értékelő bemutatása tanulói kiselőadás formájában
- Különböző adatsokaságok esetében annak vizsgálata, hogy ezek jellemezhetők-e az ismert középértékekkel
- Érvelés a tanuló saját érdemjegyei alapján különböző statisztikai jellemzők segítségével a kedvezőbb év végi jegyért
- Különböző sportágak értékelési rendszerének és statisztikáinak bemutatása tanulói kiselőadás keretében
- Osztályok/tantárgyak eredményeinek összehasonlítása érdemjegyek és ezek középértékei alapján
- Csoportmunka keretében adott céllal készülő, megtévesztő oszlop- és kördiagramok készítése, ezek szóbeli értékelése, javítása

TÉMAKÖR: Valószínűség-számítás

JAVASOLT ÓRASZÁM: 8 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- konkrét valószínűségi kísérletek esetében az esemény, eseménytér, elemi esemény, relatív gyakoriság, valószínűség, egymást kizáró események, független események fogalmát megkülönbözteti és alkalmazza.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- tapasztalatai alapján véletlen jelenségek jövőbeni kimenetelére észszerűen tippel;
- véletlen kísérletek adatait rendszerezi, relatív gyakoriságokat számol, nagy elemszám esetén számítógépet alkalmaz.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Valószínűségi kísérletek elvégzése, gyakorisági, relatív gyakorisági táblázatok készítése
- A valószínűség fogalmának bevezetése statisztikai alapon
- A klasszikus valószínűségi modell fogalma és alkalmazása
- Diszkrét valószínűség-eloszlások ábrázolása hagyományos és digitális eszközzel

FOGALMAK

valószínűségi kísérlet, esemény, elemi esemény, gyakoriság, relatív gyakoriság, valószínűség, diszkrét valószínűség-eloszlás

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Konkrét valószínűségi kísérletek végrehajtása vagy dinamikus szoftver segítségével történő szimulálása (például dobások szabályos dobókockákkal, pénzérmékkel); a kapott gyakoriságok és relatív gyakoriságok táblázatba foglalása; tippelés az egyes kimenetelekre és becslés a bekövetkezésük valószínűségére
- Játékokban a szerencsefaktor vizsgálata, például „Ki nevet a végén” játék esetében az első hatos dobás eloszlása
- Különböző társasjátékokban stratégia meghatározása, döntéshozatal esélylatolgatás alapján
- Különböző szerencsejátékok (lottó, totó, póker, black jack, internetes sportfogadások) esetében a nyerési esély összehasonlítása

11-12. évfolyam

A 11–12. évfolyamon a tanulási-tanítási folyamatra jellemző, hogy az ismeretek jellege egyre absztraktabb és formálisabb, a matematika belső logikája egyre jobban érvényesül. Ebben a szakaszban az egyik nagyon fontos didaktikai cél a szimbolikus gondolkodás fejlesztése. A tanulóknak a korábban elsajátított készségekre, képességekre és ismeretanyagra támaszkodva kell eljutniuk az absztrakt összefüggések megértéséhez és tudatos alkalmazásához. Tudatosítani kell a matematikai fogalmak pontos definiálásának fontosságát és a matematikai bizonyítások szerepét. Amellett, hogy a lehetséges alkalmazásokat minden egyes témakör kapcsán szem előtt kell tartani, fontos, hogy a tanulók lássák az egyes matematikai területek kapcsolatát is.

Fontos cél, hogy az ismeretszerzési folyamat során a tanuló a tanár által irányított módon, a feladatok megoldása mentén maga fedezze fel az összefüggéseket, általánosítási lehetőségeket, megoldási módokat. A kooperatív munkaformák, a projektfeladatok ebben a szakaszban is fejlesztik a kommunikációt. Az érettségi vizsgára készülés során egyre nagyobb hangsúlyt kap a tanulók önálló munkája mind a feladatmegoldásokban, mind a tanultak ismételésében, rendszerezésében. A digitális eszközök támogatják a szemléltetést, a megértést, a felfedeztetést és a gyakorlást.

Bizonyos témakörök ebben a szakaszban jelennek meg először. Ilyen a racionális kitevőjű hatvány, az exponenciális függvény, a logaritmus, a számtani és mértani sorozatok, a trigonometria, a koordináta geometria és a térgeometria. Az algebrai eszközök és a függvényekkel kapcsolatos ismeretek bővülése, a trigonometria és a koordináta geometria alapjainak megjelenése, valamint a statisztikai és valószínűségi szemlélet mélyülése további lehetőségeket nyújt változatos hétköznapi és matematikai problémák megoldására. A matematikai eszköztár bővülése ebben a szakaszban teszi leginkább lehetővé, hogy a tanulók más tantárgyakban, más tanulási területeken is alkalmazzák matematikai tudásukat.

	11. évfolyam	12. évfolyam	összesen
Halmazok, matematikai logika	0	8	8
Kombinatorika, gráfok	10	8	18
Számelméleti ismeretek, számhalmazok épülése	13	0	13
Hatvány, gyök, exponenciális függvény, logaritmus	22	0	22
Exponenciális folyamatok vizsgálata	12	0	12
Sorozatok	0	19	19
Trigonometria	20	13	33
Térgeometria	0	19	19
Koordináta geometria	20	0	20
Leíró statisztika	15	0	15
Valószínűség-számítás	14	3	17
Rendszerező összefoglalás	10	42	52
Összesen	136	112	248

TÉMAKÖR: Halmazok, matematikai logika

JAVASOLT ÓRASZÁM: 6 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- látja a halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatokat;
- megállapítja egyszerű „ha ... , akkor ...” és „akkor és csak akkor” típusú állítások logikai értékét;
- tud egyszerű állításokat indokolni és tételeket bizonyítani.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- A halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatok bemutatása példákon keresztül
- Logikai kifejezések megfelelő használata
- Egyszerű állítások indoklása, tételek bizonyítása
- Stratégiai és logikai játékok

FOGALMAK

logikai műveletek

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- A tanulók mindennapi tapasztalataihoz köthető, összetett állítások logikai értékének meghatározása igazságtáblázat segítségével
- Rejtvényűjságokban szereplő feladványok megfejtése következtetések láncolatán keresztül
- Logikai készséget fejlesztő játékok, például „Einstein-fejtörő”
- Stratégiai játékok, például NIM játékok, táblás játékok
- Tudatos pénzügyi tervezést segítő játékok

TÉMAKÖR: Kombinatorika, gráfok

JAVASOLT ÓRASZÁM: 8 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;
- a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;
- a kiválasztott modellben megoldja a problémát.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- megold sorba rendezési és kiválasztási feladatokat;
- konkrét szituációkat szemléltet és egyszerű feladatokat megold gráfok segítségével.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Matematikai és hétköznapi helyzetekhez kötődő sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása
- A binomiális együttható fogalmának ismerete, értékének kiszámítása
- Mintavétel visszatevéssel és visszatevés nélkül
- A gráf csúcsainak fokszámösszege és éleinek száma közötti összefüggés ismerete és alkalmazása gyakorlati feladatok megoldásában
- Kombinatorikai feladatok megoldása a komplementer esetek meghatározásának segítségével

FOGALMAK

faktoriális, binomiális együttható; csúcs fokszáma gráfban

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Anagramma készítése a tanulók neveiből
- A pókerben előforduló lehetséges nyerő lapkombinációk számának meghatározása
- A Pascal-háromszög és tulajdonságai felfedeztetése például kéttagú összeg hatványaiban szereplő együtthatók segítségével
- Különböző szituációk kétféle módon történő összeszámlálása és ebből következő egyszerű kombinatorikus összefüggések felfedezése
- Visszatevéssel és visszatevés nélküli mintavétel konkrét lejátssza, a tapasztalatok összegyűjtése

TÉMAKÖR: Számelméleti ismeretek, számhalmazok épülése

JAVASOLT ÓRASZÁM: 12 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri és alkalmazza az oszthatóság alapvető fogalmait;
- összetett számokat felbont prímszámok szorzatára;
- meghatározza két természetes szám legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét, és alkalmazza ezeket egyszerű gyakorlati feladatokban;
- ismeri és alkalmazza az oszthatósági szabályokat;
- érti a helyi értékes írásmódot 10-es és más alapú számrendszerekben;
- ismeri a számhalmazok épülésének matematikai vonatkozásait a természetes számoktól a valós számokig;
- ismer példákat irracionális számokra.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Legnagyobb közös osztó és legkisebb közös többszörös meghatározása a prímtényezősz felbontásból
- Összetett oszthatósági szabályok alkalmazása
- Számolás osztási maradékokkal (például összeg, szorzat, hatvány maradéka)
- Számok felírása 10-estől különböző alapú számrendszerben
- Az egész számok, a véges tizedes törtek, a végtelen szakaszos tizedes törtek és a racionális számok kapcsolata
- A számhalmazok épülésének matematikai vonatkozásai a természetes számoktól a valós számokig
- Végtelen nem szakaszos tizedes törtek ismerete
- Példák irracionális számokra
- Számhalmazok műveleti zártsága
- A $\sqrt{2}$ irracionálisának bizonyítása

FOGALMAK

természetes szám, egész szám, racionális szám, irracionális szám, valós szám, relatív prímek

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Oszthatósággal kapcsolatos „bűvésztükkök” bemutatása
- Számrendszerek segítségével megoldható rejtvények
- Tanulói kiselőadás a 10-estől különböző alapú számrendszerek használatáról a múltban és ennek mai napig tartó hatásairól
- Tanulói kiselőadás számelméleti érdekességekről, például tökéletes számok és barátságos számpárok, prímszámok, jelenleg ismert legnagyobb prím, titkosítás
- Halmazábra elkészítése a számhalmazokról
- $\sqrt{n}$ hosszú szakasz szerkesztési eljárásának bemutatása

TÉMAKÖR: Hatvány, gyök, exponenciális függvény, logaritmus

JAVASOLT ÓRASZÁM: 18 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri és alkalmazza a logaritmus fogalmát.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri és alkalmazza az n -edik gyök fogalmát;
- ismeri és alkalmazza a racionális kitevőjű hatvány fogalmát és a hatványozás azonosságait;
- képlettel adott függvényt hagyományosan és digitális eszközzel ábrázol;
- adott értékészletbeli elemhez megtalálja az értelmezési tartomány azon elemeit, amelyekhez a függvény az adott értéket rendeli.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Az n -edik gyök fogalmának ismerete és alkalmazása
- Hatványozás pozitív alap és racionális kitevő esetén
- Hatványozás azonosságainak alkalmazása racionális kitevő esetén
- A hatványozás szemléletes értelmezése irracionális kitevő esetén
- Az exponenciális függvények ábrázolása hagyományosan és számítógéppel, a függvények tulajdonságai
- A logaritmus értelmezése
- Áttérés más alapú logaritmusra
- Számológép használata logaritmus értékének meghatározásához
- A logaritmus azonosságai
- A logaritmus függvény ábrázolása, tulajdonságai
- Egyszerű exponenciális és logaritmosos egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása

FOGALMAK

n -edik gyök, exponenciális függvény, logaritmus

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- A permanencia-elv gyakorlati „kipróbálása” a definíció megadása előtt
- Matematikatörténeti érdekességek (például déloszi probléma) feldolgozása projektmunkában
- Különböző alapú exponenciális függvények ábrázolása milliméterpapíron, és a kapott grafikonok összehasonlítása csoportmunkában
- Nagy számok számjegyei számának meghatározása logaritmus segítségével
- 10-esről eltérő alapú logaritmus kiszámolása csak 10-es alapú logaritmus kiszámolására alkalmas számológéppel
- Annak bemutatása, hogy a logaritmus segítségével hogyan lehet számok szorzását számok összeadására visszavezetni
- A logaritmus-táblázat és a logarléc mint matematikatörténeti érdekességek megismertetése

TÉMAKÖR: Exponenciális folyamatok vizsgálata

JAVASOLT ÓRASZÁM: 10 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;

- ismeri és alkalmazza a logaritmus fogalmát.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- adott problémához megoldási stratégiát, algoritmust választ, készít;
- a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;
- a kiválasztott modellben megoldja a problémát;
- a modellben kapott megoldását az eredeti problémába visszahelyettesítve értelmezi, ellenőrzi, és az észszerűségi szempontokat figyelembe véve adja meg válaszát;
- egyenletek megoldását behelyettesítéssel, értékészlet-vizsgálattal ellenőrzi;
- megold egyszerű, a megfelelő definíció alkalmazását igénylő exponenciális egyenleteket, egyenlőtlenségeket.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Exponenciális folyamatok vizsgálata a természetben és a társadalomban
- Exponenciális egyenletre, egyenlőtlenségre vezető matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információk kigyűjtése, rendszerezése
- Adott problémához megoldási stratégia, algoritmus választása, készítése
- A gyakorlati (például pénzügyi, biológiai, fizikai, demográfiai, ökológiai) problémának megfelelő matematikai modell választása, alkotása
- A kiválasztott modellben a probléma megoldása
- A modellben kapott megoldás értelmezése az eredeti probléma szövegébe visszahelyettesítve, ellenőrzés és válaszadás az észszerűségi szempontokat figyelembe véve

FOGALMAK

Nincsenek új fogalmak.

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Tanulói kiselőadás az exponenciálisan változó folyamatokról a természetben és a társadalomban
- Adatgyűjtés különböző forrásokból származó, exponenciális vagy közelítőleg annak tekinthető változókra csoportmunkában
- Gyakorlati, időben exponenciálisnak tekinthető változást mutató grafikonokra exponenciális függvény illesztése digitális eszköz segítségével, és az illesztett függvény paramétereinek értelmezése

TÉMAKÖR: Sorozatok

JAVASOLT ÓRASZÁM: 16 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri és alkalmazza a logaritmus fogalmát.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- számtani és mértani sorozatokat adott szabály alapján felír, folytat;
- a számtani/mértani sorozat n -edik tagját felírja az első tag és a különbség (differencia)/hányados (kvóciens) ismeretében;
- a számtani/mértani sorozatok első n tagjának összegét kiszámolja;

- ismeri és alkalmazza a százalékalap, -érték, -láb, -pont fogalmát;
- mértani sorozatokra vonatkozó ismereteit használja gazdasági, pénzügyi, természettudományi és társadalomtudományi problémák megoldásában.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- A számsorozat fogalmának ismerete
- Számsorozat megadása képlettel, rekurzióval
- Számtani és mértani sorozatok felírása, folytatása adott szabály szerint
- Számtani sorozat, az n -edik tag, az első n tag összege
- Mértani sorozat, az n -edik tag, az első n tag összege
- A számtani és a mértani sorozat első n tagjának összegére vonatkozó képlet bizonyítása
- Számtani és mértani sorozatokra vonatkozó ismeretek alkalmazása gazdasági, természettudományi és társadalomtudományi problémák megoldásában
- Megtakarítási és kamatozási formák, ezek összehasonlítása
- Egyszerű kamat, kamatos kamat, gyűjtőjáradék és törlesztőrészlet számítása
- Megtakarítási, befektetési és hitelfelvételi lehetőségekkel és azok kockázati tényezőivel kapcsolatos feladatok megoldása

FOGALMAK

számsorozat, tőke, kamatláb, kamat, futamidő, gyűjtőjáradék, törlesztőrészlet

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Tanulói kiselőadás tartása nevezetes sorozatokról, például Fibonacci-sorozat
- Az első 100 pozitív természetes szám összegének meghatározása a „kis” Gauss módszerével
- A sakktáblára elhelyezett, mezőről mezőre kétszeres számú búzaszemek kérdésének bemutatása
- Valódi pénzügyi termékek kamatozási és egyéb feltételeinek összehasonlítása csoportmunkában internetes adatgyűjtés segítségével

TÉMAKÖR: Trigonometria

JAVASOLT ÓRASZÁM: 20 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri és alkalmazza a szinusz- és a koszinusztételt.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri hegyesszögek szögfüggvényeinek definícióját a derékszögű háromszögben;
- ismeri tompaszögek szögfüggvényeinek származtatását a hegyesszögek szögfüggvényei alapján;
- ismeri a hegyes- és tompaszögek szögfüggvényeinek összefüggéseit;
- alkalmazza a szögfüggvényeket egyszerű geometriai számítási feladatokban;
- a szögfüggvény értékének ismeretében meghatározza a szöget;
- kiszámítja háromszögek területét;
- ismeri és alkalmazza speciális négyszögek tulajdonságait, területüket kiszámítja;
- átdarabolással kiszámítja sokszögek területét.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Hegyesszög szinusza, koszinusza, tangense
- Számítások derékszögű háromszögekben szögfüggvények segítségével gyakorlati helyzetekben
- Tompaszög szinusza, koszinusza, tangense
- Összefüggések ismerete egy adott szög különböző szögfüggvényei között: pitagoraszí összefüggés, pótszögek és mellékszögek szögfüggvényei
- Szögfüggvény értékének ismeretében a szög meghatározása számológép segítségével
- Háromszög területének kiszámítása két oldal és a közbezárt szög ismeretében
- Szinusz- és koszinusztétel ismerete és alkalmazása
- A szinusztétel bizonyítása
- Számítások négyszögekben, sokszögekben szögfüggvények segítségével
- A környezetben található tárgyak magasságának, pontok távolságának meghatározása mért adatokból számítva
- Négyszögek és szabályos sokszögek területének kiszámítása
- Szinusz, koszinusz, tangens értelmezése tetszőleges forgásszög esetén
- Valós számok halmazán értelmezett szögfüggvények ábrázolása, egyszerű transzformációk végrehajtása, a függvények jellemzése

FOGALMAK

szinusz, koszinusz, tangens, szinusztétel, koszinusztétel

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Tanulói kiselőadás a trigonometrikus ismeretek hétköznapi életben, munkában való felhasználhatóságáról, például: lakberendezés, ácsmunka, GPS működése
- Az iskolában vagy annak környezetében kijelölt, tetszőleges háromszög, illetve négyszög alakú részek területének meghatározása csoportmunkában, távolságok és szögek mérése alapján
- Épület magasságának meghatározása a látószög és a távolságok mérésének segítségével csoportmunkában
- Interaktív digitális eszközök használata a valós számok halmazán értelmezett szögfüggvények szemléltetéséhez
- A szögfüggvények szerepének bemutatása a harmonikus rezgőmozgást jellemző mennyiségekben

TÉMAKÖR: Térgeometria

JAVASOLT ÓRASZÁM: 18 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri és alkalmazza a szinusz- és a koszinusztételt.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri és feladatmegoldásban alkalmazza a térelemek kölcsönös helyzetét, távolságát és hajlásszögét;
- ismeri a mérés alapelvét, alkalmazza konkrét alap- és származtatott mennyiségek esetén;
- ismeri a hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat. Származtatott mértékegységeket átvált;

- sík- és térgeometriai feladatoknál a problémának megfelelő mértékegységben adja meg választ;
- ismeri és alkalmazza a hasáb, a henger, a gúla, a kúp, a gömb, a csonkagúla, a csonkakúp (speciális testek) tulajdonságait;
- lerajzolja a kocka, téglatest, egyenes hasáb, egyenes körhenger, egyenes gúla, forgáskúp hálóját;
- kiszámítja a speciális testek felszínét és térfogatát egyszerű esetekben;
- ismeri és alkalmazza a hasonló síkidomok kerületének és területének arányára vonatkozó tételeket;
- ismeri és alkalmazza a hasonló testek felszínének és térfogatának arányára vonatkozó tételeket.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Tételek kölcsönös helyzetének, távolságának és hajlásszögének ismerete, alkalmazása feladatmegoldásban
- A terület, térfogat, űrtartalom mértékegységeinek és ezek átváltási szabályainak ismerete
- Sűrűség mértékegységei közötti átváltás ismerete
- Sík- és térgeometriai feladatoknál a válasz megadása a problémának megfelelő mértékegységben
- A hasáb, a henger, a gúla, a kúp, a gömb, a csonkagúla, a csonkakúp (speciális testek) tulajdonságainak ismerete és alkalmazása a hétköznapi életben előforduló testekkel kapcsolatban
- A kocka, a téglatest, az egyenes hasáb, az egyenes körhenger, az egyenes gúla és a forgáskúp hálójának lerajzolása konkrét esetekben
- A mindennapi életben előforduló hasáb, henger, gúla, kúp, gömb, csonkagúla, csonkakúp alakú tárgyak felszínének és térfogatának meghatározása méréssel és számítással
- Síkidomok forgatásával keletkező egyszerű, a mindennapi életben is előforduló testek felszínének és térfogatának kiszámítása
- A hasonló síkidomok kerületének és területének arányára vonatkozó tételek ismerete és alkalmazása
- A hasonló testek felszínének és térfogatának arányára vonatkozó tételek ismerete és alkalmazása

FOGALMAK

kocka, téglatest, hasáb, henger, gúla, kúp, gömb, csonkagúla, csonkakúp, egyenes test, forgástest, n-oldalú szabályos gúla, tetraéder, alaplapp, oldallap, alapél, oldalél, alkotó, palást, testmagasság, test hálóját

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Hétköznapi tárgyak (üdítősdoboz, vizesflakon, tejfölösdoz stb.) térfogatának megállapítása méréssel, a kapott eredmény összehasonlítása a tárgyon szereplő értékkel
- A Louvre bejárataként épített üvegpiramis földfelszín feletti térfogatának és az üvegfelület felszínének meghatározása (szükséges adatok gyűjtése az internetről)
- Annak becslése csoportmunkában, hogy a teret milyen arányban tudjuk kitölteni egybevágó érintkező gömbökkel különböző elrendezések esetén

- Különböző méretű, megközelítőleg gömb alakú gyümölcsök térfogatának és felszínének becslése, a becslés ellenőrzése méréssel
- A Föld felszínének és térfogatának közelítése földgömbmodellen méréssel és számolással, majd a kapott értékek összevetése a hivatalos adatokkal
- Projektmunka a gömbről: hogyan jelenik meg a gömb a mindennapi életben, a többi tantárgyban és a matematikában; a gömbi geometria alapjai

TÉMAKÖR: Koordináta geometria

JAVASOLT ÓRASZÁM: 20 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri a vektorokkal kapcsolatos alapvető fogalmakat;
- ismer és alkalmaz egyszerű vektorműveleteket;
- alkalmazza a vektorokat feladatok megoldásában;
- megad pontot és vektort koordinátaival a derékszögű koordináta-rendszerben;
- koordináta-rendszerben ábrázol adott feltételeknek megfelelő ponthalmazokat;
- koordináták alapján számításokat végez szakaszokkal, vektorokkal;
- ismeri és alkalmazza az egyenes egyenletét;
- egyenesek egyenletéből következtet az egyenesek kölcsönös helyzetére;
- kiszámítja egyenesek metszéspontjainak koordinátáit az egyenesek egyenletének ismeretében;
- megadja és alkalmazza a kör egyenletét a kör sugarának és a középpont koordinátáinak ismeretében;
- felismeri a matematika különböző területei közötti kapcsolatot.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- A vektor, vektor abszolút értéke, nullvektor, ellentett vektor, helyvektor fogalmak ismerete, alkalmazása
- A vektorok összeadása, kivonása, szorzása valós számmal, műveletek ismerete és alkalmazása
- Vektorok alkalmazása feladatok megoldásában
- Pont és vektor megadása koordinátákkal a derékszögű koordináta-rendszerben
- Adott feltételeknek megfelelő ponthalmazok ábrázolása koordináta-rendszerben
- Két pont távolságának, vektor abszolút értékének meghatározása koordináták alapján
- Vektorok összegének, különbségének, számszorosának koordinátái
- Szakaszfelezőpont koordinátáinak meghatározása a végpontok koordinátái alapján
- Egyenes egyenlete $y = mx + b$ vagy $x = c$ alakban
- Egyenes meredekségének fogalma; egyenesek merőlegességének és párhuzamosságának megállapítása a meredekségek alapján
- Az egyenesek egyenletének ismeretében egyenesek metszéspontjának koordinátái
- A kör egyenletének megadása és alkalmazása a kör sugarának és a középpont koordinátáinak ismeretében
- Vektorok skaláris szorzatának ismerete és alkalmazása
- Az egyenes egyenletének irányvektoros és normálvektoros alakja
- Kör és egyenes kölcsönös helyzetének meghatározása
- Kör adott pontjába húzható érintő egyenletének felírása

FOGALMAK

vektor, vektor abszolút értéke, nullvektor, ellentett vektor, helyvektor, vektorok összege, vektorok különbsége, vektor számszorosa, vektor koordinátái, alakzat egyenlete, egyenes egyenlete, kör egyenlete

irányvektor, normálvektor, skaláris szorzat

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- „Torpedójáték” koordináta-rendszerben
- Helymeghatározás térképen a szélességi és hosszúsági adatok segítségével
- Ház/lakás alaprajzának elkészítése koordináta-rendszerben, az eredeti adatok alapján
- Játék helyvektorokkal dinamikus geometriai szoftver használatával
- Gondolattérkép készítése a koordinátagometria kapcsolatainak bemutatására csoportos vagy egyéni munkaformában
- „Oroszlánfogás”: lineáris egyenlőtlenségrendszer megoldása grafikusan, digitális eszköz segítségével
- „Célba lövés”: játék körökkel a koordináta-rendszerben
- Hétköznapi helyzetek, mozgások, tervrajzok modellezése koordináta-geometriai eszközökkel
- A skaláris szorzat előfordulásának megmutatása fizikai mennyiségeknél

TÉMAKÖR: Leíró statisztika

JAVASOLT ÓRASZÁM: 8 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- adott cél érdekében tudatos adatgyűjtést és rendszerezést végez;
- hagyományos és digitális forrásból származó adatsokaság alapvető statisztikai jellemzőit meghatározza, értelmezi és értékeli;
- ismeri és alkalmazza a sodrófa (box-plot) diagramot adathalmazok jellemzésére, összehasonlítására;
- felismer grafikus manipulációkat diagramok esetén.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- A reprezentatív minta fogalmának szemléletes ismerete
- Hétköznapi, társadalmi problémákhoz kapcsolódó statisztikai adatok tervszerű gyűjtése
- Statisztikai adatok rendszerezése, jellemzése kvartilisekkel, középtértékekkel és szóródási mutatókkal
- Sodrófa (box-plot) diagram készítése, alkalmazása
- A kapott adatok értelmezése, értékelése, statisztikai következtetések
- Nagy adathalmazok kezelése táblázatkezelő programmal
- Grafikus és szöveges statisztikai manipulációk felismerése

FOGALMAK

reprezentatív minta, sodrófa (box-plot) diagram, minimum, maximum, kiugró adat, kvartilisek, terjedelelem, szórás

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Példák reprezentatív és nem reprezentatív mintavételre
- Szavazások szimulálása és különböző szavazatértékelő rendszerek vizsgálata iskolai körülmények között
- A Simpson-paradoxon bemutatása példákon
- Az interneten található, megbízható forrásból (pl. KSH honlapja) származó statisztikák értelmezése, elemzése, lehetséges következtetések megfogalmazása

- Különböző forrásokból származó adathalmazok statisztikai elemzése, értékelése, ezekből valamilyen adott szempont alapján manipulatív és nem manipulatív diagram készítése

TÉMAKÖR: Valószínűség-számítás

JAVASOLT ÓRASZÁM: 14 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- konkrét valószínűségi kísérletek esetében az esemény, eseménytér, elemi esemény, relatív gyakoriság, valószínűség, egymást kizáró események, független események fogalmát megkülönbözteti és alkalmazza;
- ismeri és alkalmazza a klasszikus valószínűségi modellt és a Laplace-képletet;
- ismeri és egyszerű esetekben alkalmazza a valószínűség geometriai modelljét;
- meghatározza a valószínűséget visszatevéses, illetve visszatevés nélküli mintavétel esetén.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Példák ismerete események összegére, szorzatára, komplementer eseményre, egymást kizáró eseményekre
- Elemi események fogalmának ismerete, alkalmazása események előállítására
- Példák ismerete független és nem független eseményekre
- A klasszikus valószínűségi modell és a Laplace-képlet ismerete, alkalmazása
- A geometriai valószínűség fogalmának ismerete és alkalmazása
- Valószínűségek meghatározása visszatevéses és visszatevés nélküli mintavétel esetén
- A várható érték ismerete és meghatározása konkrét feladatokban, játékokban
- Pénzügyi fogalmakkal kapcsolatos valószínűségi ismeretek (például biztosítás, befektetések kockázata, árfolyamkockázat)

FOGALMAK

események összege, események szorzata, esemény komplementere, egymást kizáró események, független események, geometriai valószínűség, visszatevéses mintavétel, visszatevés nélküli mintavétel, várható érték

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Konkrét valószínűségi kísérletek végrehajtása vagy dinamikus szoftver segítségével történő szimulálása (pl. szabályos dobókockákkal, pénzérmével dobálás); a kapott gyakoriságok és relatív gyakoriságok táblázatba foglalása; becslés az egyes kimenetek, illetve összetett események valószínűségére csoportmunkában
- Példák keresése független és nem független, illetve egymást kizáró eseményekre csoportmunkában
- Orvosi tesztek eredményének esélyelemzése faábrák segítségével
- Egyszerű valószínűségi játékokhoz kapcsolódóan a várható nyeremény és az igazságosság fogalmának kialakítása
- Konkrét bank konkrét befektetési portfóliójának értelmezése, elemzése
- Néhány konkrét biztosítási ajánlat értelmezése, elemzése